HAL
open science

La tenue de route des automobiles

Bernard Gauvin

To cite this version:

Bernard Gauvin. La tenue de route des automobiles. Sciences de l'ingénieur [physics]. 1967. hal-01910048

HAL Id: hal-01910048

https://minesparis-psl.hal.science/hal-01910048

Submitted on 31 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE des MINES
de PARIS

Consultation sur place

La tenue de route
des automobiles

Dossier long

Promo X 1962

[18]

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES
Bibliothèque
N° IE-1

Bernard GAUVIN, ingénieur-élève de 3ème année.

Directeur de dossier : M. Guy ARNOUIL
Ingénieur des Mines à l'Arrondissement
Minéralogique de Paris I.

Consultation
sur place

PRESENTATION du DOSSIER

PRESENTATION de l'ETUDE.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES
Bibliothèque
N°
T.E.1

[18]

Promo X1962

SOMMAIRE

	pages
Présentation du dossier	1
Introduction à l'étude de la tenue de route	2
I. Etude du régime permanent : la stabilité de route	6
II. Etude du régime transitoire : la tenue de route	39
III. Aspect expérimental	54
Conclusion	63
Annexes	
A. Méthode mathématique	64
B. Le pneumatique	78
C. Couplages symétriques et dissymétriques Instabilité par confusion de 2 fréquences propres	85
D. L'amortissement	87
E. Introduction à l'étude du conducteur	90
Bibliographie	95

PRESENTATION du DOSSIER.

Il suffit de consulter les statistiques pour réaliser que la sécurité routière est une chose dont il est fondamental et urgent de se préoccuper.

Pour être à même d'étudier la question dans son ensemble et de bien formuler les problèmes qu'elle pose, il faut d'abord acquérir tout un éventail de connaissances. La tenue de route des automobiles est à ce propos l'un des sujets de préoccupations les plus complexes qui couvre un domaine de recherches assez étendu; dans le cadre d'un dossier long, il est possible d'en aborder la plupart des aspects et de faire le point des connaissances actuelles tout en précisant les directions utiles des recherches futures.

Ce dossier n'a donc pas la prétention d'apporter des solutions nouvelles; c'est surtout une mise au point à partir de laquelle on pourra progresser.

INTRODUCTION à l'ETUDE de la TENUE de ROUTE

Il y a une façon simple de réduire à presque rien les conséquences des accidents de la circulation : il suffit de limiter la vitesse à une valeur telle qu'aucun choc frontal ne soit mortel; cette limite est assez facile à mesurer expérimentalement.

La précédente solution est pratiquement inconcevable : sans parler des aspects économiques de la question, il est certain qu'une grande majorité de citoyens préfère courir un risque - plus ou moins consciemment - plutôt que de subir une aussi sévère restriction de la circulation. Dès lors, la notion même de sécurité routière est difficile à définir : ce ne peut être autre chose qu'un compromis entre un degré de risque consenti et un certain ensemble de limitations apportées à la circulation. Pour en décider sainement, il faut pouvoir calculer le risque qui correspond à un état donné de la circulation, et surtout calculer les variations de risque qu'entraînerait telle ou telle limitation.

Ce calcul n'est pas fait; les règlementations et les normes actuellement en usage ne reposent sur aucune analyse scientifique globale de la question : ni une analyse a priori des phénomènes, ni même une recherche logique des causes des accidents qui s'inspire, par exemple, de la méthode définie par M. Arnouil dans une récente étude. L'analyse globale reste donc à faire; elle est difficile en raison du nombre des paramètres qui interviennent et de la complexité de leurs interactions. Ces paramètres se groupent logiquement en trois classes : le véhicule, le conducteur et l'environnement dans lequel se déplace le véhicule.

En pratique, les interactions entre les trois classes précédemment définies se présentent ainsi : à tout instant, le conducteur reçoit de l'environnement une certaine quantité d'informations (informations brutes et informations codées : avertisseurs, signalisation routière); il traite ces informations (le traitement étant évidemment l'opération la plus difficile à analyser et qui est fonction de l'état du conducteur: expérience, réflexes, connaissance des règlements, fatigue, etc...) et il décide implicitement d'une ligne à suivre; il agit sur les commandes du

.../...

véhicule de façon que la trajectoire effective soit aussi voisine que possible de la ligne à suivre.

A partir de ce schéma, on peut caractériser a contrario la sécurité; en effet, il ne peut y avoir un accident que si le véhicule quitte la route ou s'il y a un choc avec l'environnement. Une condition suffisante de sécurité est donc que le trajet du véhicule se fasse sur la route et sans choc.

Notons, au passage, que cette condition suffisante, qui définit la sécurité primaire, n'est pas une condition nécessaire : on peut sortir indemne d'un accident, et les préoccupations de sécurité secondaire sont de minimiser les conséquences d'un accident sur les personnes physiques. Nous ne parlerons pas ici de sécurité secondaire : d'ailleurs les normes de sécurité secondaire sont très faciles à définir une fois qu'on s'est fixé les objectifs. Actuellement, à la suite du livre d'un avocat américain "Ces voitures qui tuent" qui a soulevé l'opinion américaine, on ne se préoccupe guère que de sécurité secondaire; pourtant il faut bien souligner que son domaine est assez restreint : au dessus de 60 km/h, un choc frontal est mortel dans à peu près tous les cas de figure.

Dans ce qui suit, nous ne considèrerons plus que la sécurité primaire. La condition suffisante que nous avons posée est équivalente à l'ensemble des 3 conditions suivantes :

1°) la quantité d'information reçue doit permettre de définir une ligne à suivre qui satisfasse à la condition de sécurité, et des limites de vitesse

2°) le conducteur doit être capable, à partir d'une information suffisante de définir une ligne à suivre qui satisfasse à la condition de sécurité et d'exécuter les manoeuvres nécessaires.

3°) la trajectoire réelle doit pouvoir être maintenue dans un certain voisinage de la ligne à suivre.

Les deux premières conditions concernent l'ensemble conducteur-environnement et elles portent sur la ligne à suivre. La troisième condition ne concerne que le véhicule : est-il capable de suivre, dans quelles conditions et avec quelle précision, un trajet défini a priori par le conducteur ? C'est bien là le problème de la tenue de route que nous nous proposons d'étudier dans ce dossier.

.../...

Cette étude a naturellement deux aspects :

1°) un aspect théorique : la confection de modèles. Il s'agit de représenter le mouvement de l'ensemble du véhicule par un système de N équations, dont n correspondent à l'application du théorème fondamental de la dynamique et p sont des équations de liaisons. La difficulté première est le choix des N variables retenues pour décrire le système mécanique complexe qu'est l'automobile.

2°) un aspect expérimental ; les mesures sur piste. Ces mesures doivent permettre de tester le modèle, c'est-à-dire de voir si telle variable retenue est ou non significative, et si l'ensemble des variables retenues est bien suffisant pour le but recherché.

La confection d'un modèle devient, dès que N est supérieur à 3, une tâche de longue haleine pour laquelle il est nécessaire de faire constamment recours à l'expérience. Il n'a été possible, dans le cadre du dossier long, ni de construire un modèle, ni même d'étudier un modèle très complexe, en raison du secret absolu dont s'entourent les constructeurs pour l'élaboration de leurs prototypes. C'est pourquoi les deux aspects de l'étude, qui dans la pratique sont intimement liés, seront traités séparément. Pour l'aspect expérimental, nous nous bornerons d'ailleurs à indiquer les mesures qu'il est possible de faire.

L'aspect théorique sera le plus longuement traité. Nous avons regroupé dans une annexe l'ensemble des méthodes mathématiques de confection et de traitement des modèles. Le traitement se fait suivant une technique mathématique classique, en deux phases, dont nous montrerons qu'elles correspondent à deux préoccupations très différentes en ce qui concerne la stabilité du véhicule : étude du régime permanent - c'est - à-dire résolution du système d'équations sans seconds membres - et étude du régime transitoire. <u>L'étude du régime permanent</u> se fait simplement - sous certaines conditions que nous justifierons - et elle conduit, lorsque l'on ne retient que les 2 ou 3 variables jugées fondamentales, à quelques résultats généraux que nous donnerons; dès que le nombre de variables excède 2 ou 3, il n'est plus possible de faire une discussion algébrique du système d'équations, on ne peut que faire un traitement numérique qui ne conduit à aucun résultat général. <u>L'étude du régime transitoire</u> est plus délicate : d'une part on ne peut pas se contenter de discuter -

.../...

même quand c'est effectivement possible - la forme des solutions : il faut les calculer; d'autre part les hypothèses de travail - c'est-à-dire la valeur numérique des seconds membres - ne peuvent pas encore être formulées avec réalisme, car elles supposent une <u>étude préalable du conducteur</u> sur le début de laquelle s'achève ce dossier.

o o

o

ETUDE du REGIME PERMANENT.

La STABILITE de ROUTE.

LA STABILITE de ROUTE

	page
Historique	6
Stabilité de route des locomotives	7
Retour au schéma de l'automobile	8
Instabilité par perte d'adhérence	9
Influence de la seule dérive du pneu : condition de sous-virage	11
Influence de la dérive et du ballant des pneus	23
Influence de la suspension	26
Influence de la colonne de direction	32
Influence des facteurs aérodynamiques	36
Conclusions	37

Historique

Quel que soit le soin qu'on ait pris de la stabilité de route aux débuts de l'automobile, il a fallu un certain temps avant que l'on formulât nettement les problèmes, sans doute à cause de la difficulté que donnait l'existence d'un conducteur ayant une assez large marge de manoeuvre.

Il semble que le mérite d'avoir le premier formulé le problème en France revienne au professeur Y.Rocard qui a étudié, par la théorie des vibrations dans les systèmes à couplages internes, la stabilité de certaines constructions industrielles : ponts suspendus, ailes d'avion, locomotives, enfin automobiles. La première cause d'instabilité envisagée a été l'envirage - ou dérive - des pneumatiques. Une condition générale de stabilité à toutes les vitesses, posée par M. Rocard en 1946, a été retrouvée deux ans plus tard, d'une autre manière, par MM. Gratzmuller, Olley et de Sèze. L'étude de la stabilité de route a été poursuivie notamment par MM. Bourcier de Carbon et Maurice Julien, plus récemment MM. Seznec et Leygue. L'élasticité transversale des pneumatiques et l'élasticité de la suspension ont été introduites; il n'est plus possible alors d'assurer la stabilité à toutes les vitesses, mais on définit dans chaque cas une vitesse critique en deçà de laquelle le véhicule est stable et au-delà de laquelle il est instable. Enfin, on a introduit d'autres degrés de liberté, notamment pour tenir compte des variations de la géométrie du véhicule au cours du roulement et de l'élasticité de la colonne de direction. Mais alors une discussion algébrique du système n'est plus possible, et on ne trouve plus de condition générale de stabilité.

En tout cas, la question de la stabilité de route est maintenant très étudiéepar les constructeurs; quelle que soit la discrétion de ceux-ci, et sans qu'on ait défini de normes, on peut penser que la stabilité de route des véhicules actuels est satisfaisante et n'affecte aucunement la sécurité. Le seul problème notable est l'amplitude des vibrations latérales à très grande vitesse, dont la valeur peut conditionner la largeur des voies des autoroutes futures.

.../...

Pour définir le problème de la stabilité de route des automobiles et justifier les hypothèses faites, il n'est pas inutile de traiter d'abord le cas de la locomotive, ou l'influence du conducteur - c'est-à-dire la liberté de mouvement du véhicule - est infiniment plus réduite.

Stabilité de route des locomotives.

La simplicité du schéma résulte de ce que :

1) les rails définissent la trajectoire des roues. En réalité, la liaison rail-roue n'est pas parfaitement rigide, il y a un jeu possible, mais ce jeu est très faible. Il n'y a donc pas de difficulté à définir l'écart maximum admissible entre la trajectoire effective des roues et la ligne des rails.

2) le conducteur ne peut agir que sur la vitesse du véhicule : il n'a pas à définir la trajectoire, ni à la modifier.

3) l'environnement se réduit pratiquement à la signalisation. Le conducteur n'a pas d'informations qui ne soient codées, et on peut donc raisonner comme si le véhicule était seul sur la voie, les autres véhicules n'intervenant que par signal interposé.

Les paramètres du conducteur et de l'environnement, qui dans le cas de l'automobile ont une grande importance, n'interviennent quasiment pas ici. On peut alors aborder le problème sous l'angle intrinséquement mécanique et caractériser la stabilité de route par deux conditions :

1) en projection sur le plan des rails, la distance entre la trajectoire du centre des roues et la fibre moyenne du rail reste inférieure à une certaine valeur d_0.

2) tous les mouvements propres de la locomotive - dûs aux liaisons élastiques internes - gardent une amplitude suffisamment petite, c'est-à-dire inférieure au seuil à partir duquel ou bien ils cessent de satisfaire à la condition 1), ou bien ils deviennent nuisibles pour le véhicule ou gênants pour les passagers.

Si, sur un rail donné, la stabilité de route ainsi définie est assurée en tous points, quelles que soient la vitesse et l'accélération que puisse effectivement prendre la machine, la tenue de route de la

.../...

locomotive sera parfaite et indépendante du conducteur. Si au contraire la stabilité n'est assurée que dans un domaine de vitesses et d'accélérations plus restreint que celui des performances de la machine (risques de patinage, de ruptures, de déraillement en courbe par exemple), alors le conducteur devra agir de façon à maintenir la vitesse et l'accélération à l'intérieur du domaine de stabilité.

Il est clair que la sécurité se ramène d'une part à des problèmes de qualité et d'entretien du matériel et de la signalisation, d'autre part à la stabilité de route qui doit être constamment assurée. Les deux aspects de la question étant facilement réalisables, la sécurité ferroviaire n'est plus un problème actuellement.

Il faut bien voir que l'on peut sortir du domaine de stabilité de deux façons très différentes :

1) les forces extérieures appliquées au véhicule sont incompatibles avec la liaison des rails. C'est alors un problème purement géométrique, indépendant de la structure interne du véhicule.

2) les mouvements propres du véhicule entrent en résonance.

Passage du schéma de la locomotive au schéma de l'automobile.

La stabilité de route des locomotives a été facile à définir parce que la trajectoire des roues était fixée au départ. Pour l'automobile, on peut se ramener à ce cas en faisant l'hypothèse du volant bloqué (ce qui n'implique pas forcément que l'angle de braquage des roues est constant : on peut faire intervenir l'élasticité de la colonne de direction), schéma qui est facilement réalisable expérimentalement; alors, en supposant que l'adhérence au sol est parfaite et qu'il n'y a pas d'élasticité transversale - ce qui implique que la trajectoire du contact roue - sol est, à chaque instant, tangente au plan de la roue - la trajectoire du véhicule est déterminée.

Les deux hypothèses précédentes ne sont pas valables dans la réalité, ce qui fait que la trajectoire effective va s'écarter plus ou moins de son support théorique. On peut alors donner à la stabilité de route d'une automobile la même définition que celle d'une locomotive; il faut cependant faire deux remarques :

.../...

1°) alors que les hypothèses faites pour l'étude de la stabilité de route correspondent très bien au mouvement réel de la locomotive, elles ne correspondent pas à la marche normale d'une automobile, où le conducteur peut à tout instant agir sur la direction et compenser des écarts même notables. Il paraît toutefois dangereux de laisser circuler des automobiles présentant des instabilités de route dans les conditions normales d'utilisation. Il est en effet difficile à définir - ou même à apprécier en pratique - la limite jusqu'à laquelle un écart est effectivement rattrapable; l'aptitude à corriger un écart dépend beaucoup des qualités du conducteur; en tout cas, l'instabilité de route rendrait nécessaire une correction permanente, d'où risque de tension et de fatigue pour le conducteur.

2°) pourvu qu'elle n'ait pas lieu dans les conditions normales d'utilisation - ce qui aurait les inconvénients que nous venons de citer - l'instabilité de route est un phénomène beaucoup moins dangereux pour une automobile que pour une locomotive : pour celle-ci, la voie est matérialisée et assure une liaison quasi-rigide, et un écart entraîne nécessairement le déraillement au delà d'une certaine valeur - il y a une discontinuïté assez franche entre le domaine de stabilité et l'accident -; pour celle là au contraire, il n'y a presque jamais de discontinuïté (sauf cas du tonneau, qui est très improbable sur route plane), et une instabilité passagère peut ne présenter aucun danger.

Avant d'étudier l'instabilité dûe aux élasticités transversales, nous dirons quelques mots sur la perte d'adhérence.

L'instabilité par perte d'adhérence.

1) définition et domaine d'existence.

En pratique, l'instabilité par perte d'adhérence se traduit par un glissement des roues sur le sol (dérapage) ou par un décollage d'une paire de roues (tonneau). Une définition satisfaisante est difficile à donner, parce que le roulement du pneumatique sur le sol ne se fait jamais en adhérence parfaite, la surface du pneu n'étant pas développable (cf.annexe B.).

.../...

Si T et N sont les composantes de la force exercée par le pneu sur le sol (T dans le plan de contact et faisant un angle θ avec la direction de roulement, N normal au contact), <u>la condition de perte d'adhérence est</u> : $T > \varphi_\theta \; N$. C'est donc un problème de pure géométrie : connaissant d'une part la géométrie et la répartition des masses du véhicule, d'autre part les données du mouvement du centre de gravité ($\vec{V}_G \vec{\omega}'_G , \vec{\gamma}_G , \vec{\omega}''_G$), on peut calculer T, N et θ pour chaque roue, et voir s'il y a adhérence. On définit ainsi, dans l'espace $\vec{V}, \vec{\omega}', \vec{\gamma}, \vec{\omega}''$ un domaine à l'intérieur duquel il y a adhérence.

2) <u>conséquences</u>.

La condition d'adhérence donne une limite à :

- la puissance d'accélération ou de freinage effectivement disponible.
- la vitesse avec laquelle on peut prendre un virage de rayon donné.

Un des soucis des constructeurs, souci qui devient primordial pour les véhicules de compétition, est de repousser ces limites. L'amélioration des performances peut se faire d'au moins 3 façons :

a) modification de la géométrie et des masses du véhicule.

b) recherche du pneu le mieux adapté au véhicule.

c) modification de la transmission et des couplages internes du véhicule : répartiteur de freinage, barres anti-roulis, etc...

3) <u>remarques complémentaires</u>.

On trouvera en annexe B des renseignements sur le coefficient φ_θ . On retiendra que :

- φ est voisin de 1 sur bonne route sèche.
  0,7 sur bonne route mouillée.
  0,3 sur sol gras en ville.

- toutes choses égales par ailleurs, il y a une dispersion d'environ 15 %. des valeurs de φ selon la nature du pneu.

- lorsqu'on passe de l'adhérence au glissement, la valeur de φ chute d'environ 25 %.

.../...

Influence de la seule dérive du pneu : condition de sous-virage.

1) position du problème.

Si on fait rouler une roue ayant un bandage pneumatique sans lui appliquer d'effort transversal, la roue va rouler droit, c'est-à-dire que si C est le centre géométrique de la surface de contact roue-sol, la trajectoire de C est à tout instant tangente à la trace sur le sol du plan de la roue. Quand on applique une force latérale à la roue en maintenant l'adhérence au contact roue-sol, l'élasticité du pneumatique a deux effets :

a) la trace de la roue sur le sol ne passe plus par C; la distance de C à la trace s'appelle le ballant.

b) la trajectoire de C n'est plus tangente à la trace de la roue, mais fait avec elle un angle appelé dérive. Le phénomène a été baptisé pseudo-glissement ou envirage par le professeur Rocard - on parle plus couramment de dérive -.

Après le dérapage, l'envirage est la cause la plus évidente et la plus importante de l'existence d'écarts entre la trajectoire effective de C et la trajectoire théorique définie par le plan des roues. L'étude de la seule dérive a donc un intérêt fondamental; elle conduit à une condition simple, dite condition de sous-virage ou "understeering" qui assure la stabilité à toutes les vitesses.

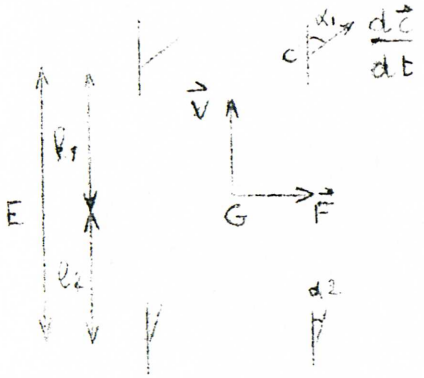
Le schéma retenu est un véhicule absolument rigide monté sur pneumatiques susceptibles d'envirage. C'est donc en fait une étude de mécanique rationnelle. Un raisonnement géométrique dû à M. Olley donne rapidement la condition de sous-virage, mais ne permet pas de calculer la vitesse critique d'un véhicule sur-vireur. Le calcul de la vitesse critique sera fait sur le modèle S E R C .

.../...

2) <u>Théorie de M. Olley</u>.

On suppose que l'application de $\vec{F}$ en G crée une dérive α_1 à l'avant et α_2 à l'arrière - les deux pneus du train avant ont la même dérive α_1.

2a) $\alpha_1 > \alpha_2$



La trajectoire de G a une courbure dans le sens de $\vec{F}$. La force d'inertie correspondante aura un signe opposé à $\vec{F}$, qui tendra à réduire la dérive : le mouvement est stable.

2b) $\alpha_1 < \alpha_2$.

La trajectoire de G a une courbure dans le sens opposé à $\vec{F}$. La force d'inertie correspondante a le même signe que $\vec{F}$, et elle tend à augmenter la dérive.

2c) Ecriture de la condition de stabilité en fonction des paramètres intrinsèques du véhicule.

Soient D_1 et D_2 les rigidités de dérive de chaque essieu, F_1 et F_2 les composantes de $\vec{F}$ sur chaque essieu.

F_1 et F_2 sont données par les équations de la statique :

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = F \\ F_1 l_2 = F_2 l_2 \end{cases}$$

Les angles de dérive correspondants sont :

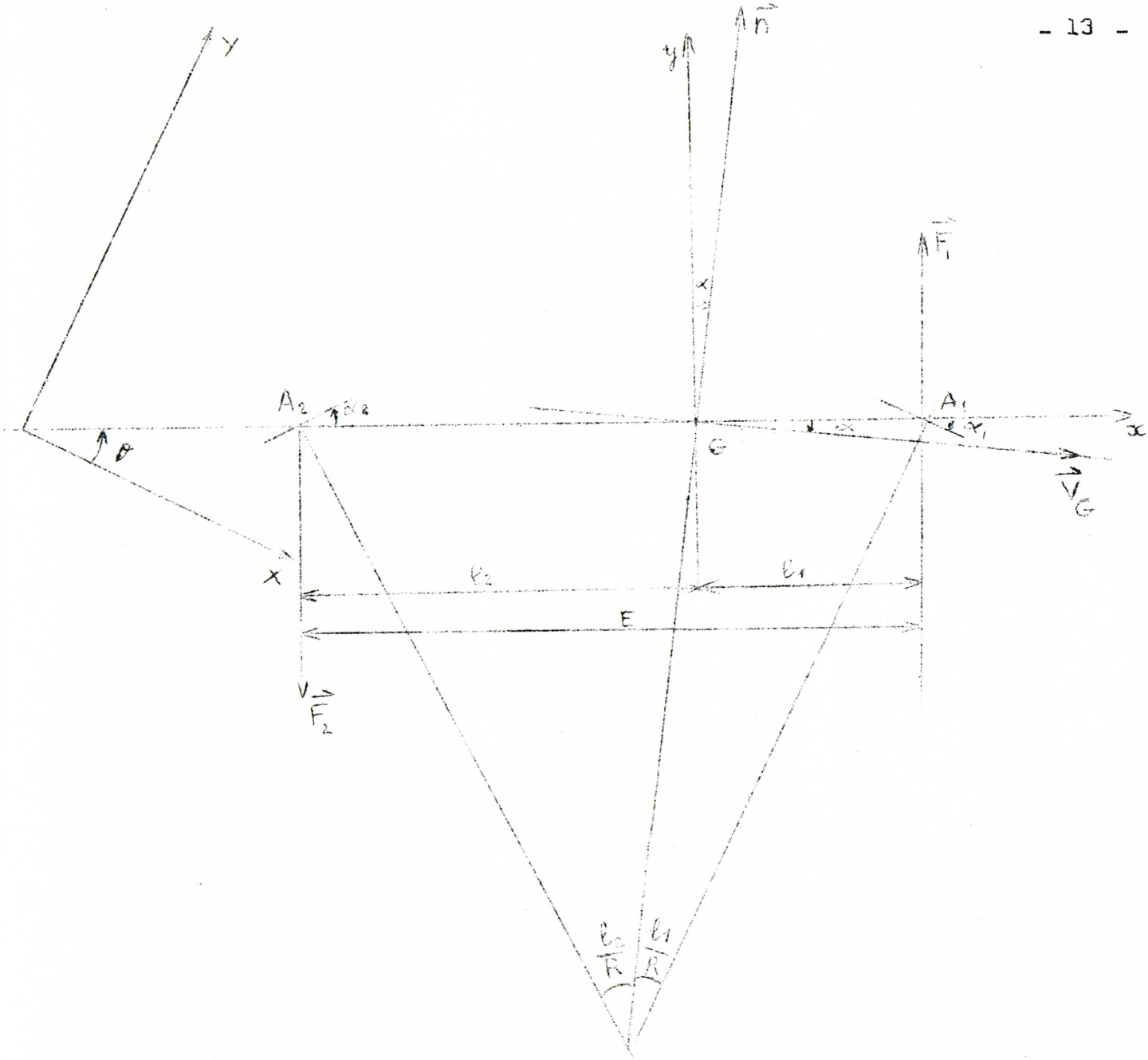
$$\begin{cases} F_1 = D_1 \alpha_1 \\ F_2 = D_2 \alpha_2 \end{cases}$$

La condition $\alpha_1 > \alpha_2$ s'écrit, après élimination de α_1 et α_2 à l'aide des quatre équations précédentes.

$$\boxed{D_2 l_2 - D_1 l_1 > 0} \qquad (1)$$

La condition (1) est appelée <u>condition de sous-virage</u>. Si elle est remplie, on a vu que le véhicule était stable à toutes les vitesses, puisque la dérive crée une force qui tend à réduire la dérive. Si elle

.../...



Conventions de signe.

X,	Y	repère absolu	) sont des repères directs qui induisent un sens de rotation dans le plan.
x,	y,	repère relatif	)
V,	n,	repère de Frenet du point G	)

Le modèle S.E.R.C.

.../...

n'est pas remplie, le véhicule n'est pas toujours instable, il ne devient instable que pour une vitesse supérieure à une certaine valeur appelée vitesse critique que le schéma précédent ne permet pas de définir.

3) Etude du modèle SERC.

3a) les hypothèses (cf figure 1).

En outre des hypothèses précédentes, et tant qu'on ne fait pas intervenir le roulis ou les déplacements latéraux de charge, on utilise le schéma bicyclette : chaque essieu n'est représenté que par une roue, A_1 à l'avant et A_2 à l'arrière, qui supporte la charge totale de l'essieu et qui a la même dérive que la roue réelle.

3b) les équations.

Forces extérieures : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$\vec{C} = \vec{l}_1 \wedge \vec{F}_1 + \vec{l}_2 \wedge \vec{F}_2$$

Forces d'inertie : $\vec{J} = - \dfrac{M V^2}{R_G} \vec{n}$

$$\vec{N} = -I_z \ddot{\theta} \quad .$$

où R_G est le rayon de courbure de la trajectoire de G; on a, en appelant θ l'angle de lacet et α l'angle de $\vec{V}_g$ avec $A_1 A_2$ (suivant les conventions de signe de la figure):

$$\frac{1}{R_G} = \frac{d(\theta + \alpha)}{ds} = \frac{dt}{ds} (\dot{\theta} + \dot{\alpha}).$$

$$= \frac{\dot{\theta}}{V} + \frac{\dot{\alpha}}{V} .$$

.../...

d'où :

$$\frac{M\,V^2}{R_G} = MV^2 \left(\frac{\dot{\theta}}{V} + \frac{\dot{\alpha}}{V} \right) = MV \left(\dot{\theta} + \dot{\alpha} \right).$$

Les forces extérieures se calculent à partir de :

$$\overline{F_1} = - D_1 \alpha_1$$

$$\overline{F_2} = - D_2 \alpha_2$$

où $\alpha_1 = \alpha + \frac{l_1}{R}$ $\qquad \alpha_2 = \alpha - \frac{l_2}{R}$

On projette sur $\overrightarrow{G_y}$ l'équation fondamentale de la dynamique

$$\begin{cases} \vec{F} + \vec{J} + \vec{\Phi} = 0 \\ \vec{C} + \vec{n} + \vec{\Gamma} = 0 \end{cases}$$

En supposant que l'angle α est petit, c'est-à-dire que : $\begin{cases} \sin \alpha = \alpha \\ \cos \alpha = 1 \end{cases}$

$$\boxed{\begin{cases} \Phi_y - MV \left(\dot{\theta} + \dot{\alpha} \right) - \alpha (D_1 + D_2) - \frac{\dot{\theta}}{V} (D_1 l_1 - D_2 l_2) = 0 \\ \Gamma_y - I_2 \ddot{\theta} - \alpha (D_1 l_1 - D_2 l_2) - \frac{\dot{\theta}}{V} (D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2) = 0 \end{cases}}$$

En <u>régime permanent</u>, on a : $\begin{cases} \ddot{\alpha} = \ddot{\theta} = \dot{\alpha} = 0 \\ \dot{\theta} \text{ et } R \text{ constantes} \end{cases}$

On va mener l'étude en voyant successivement l'influence de Φ_y en supposant $\Gamma_y = 0$ et celle de Γ_y en supposant $\Phi_y = 0$.

3c) <u>étude à $\Phi_y = \Phi$; $\Gamma_y = 0$</u>

Le système s'écrit :

$$\begin{cases} \Phi = MV \dot{\theta} + \alpha (D_1 + D_2) + \frac{\dot{\theta}}{V} (D_1 l_1 - D_2 l_2). \\ 0 = \alpha (D_1 l_1 - D_2 l_2) + \frac{\dot{\theta}}{V} (D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2). \end{cases}$$

En fonction de la marge statique $X_{ms} = \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{D_1 + D_2}$, les solutions s'écrivent :

.../...

Où :

$$\frac{1}{R\,\emptyset} = \frac{X\,ms}{D_1\,l_1^2 + D_2\,l_2^2 + X_{ms}\,(MV^2 - (D_1 + D_2)\,Xms)} \quad \left(\frac{1}{R} = \frac{d\emptyset}{ds} = \frac{\dot{\emptyset}}{V}\right).$$

$$\frac{\alpha}{\emptyset} = \frac{D_1\,l_1^2 + D_2\,l_2^2}{(D_1+D_2)\,(D_1\,l_1^2 + D_2\,l_2^2 + X\,ms\,(MV^2 - (D_1+D_2)\,Xms)}$$

Discussion.
==========

Le terme $X_{ms} \simeq \frac{l_2 - l_1}{2}$ est très faible en valeur absolue, et en tout cas négligeable devant l'ordre de grandeur de MV^2.

3c 1. Xms > 0

Les formules ci-dessus montrent que :

- le dénominateur n'est jamais nul; les réponses en α et $\frac{1}{R}$ restent finies quelle que soit la valeur de V; il y a donc stabilité à toutes les vitesses.
- les réponses en α et $\frac{1}{R}$ ont le signe de $\emptyset$: le mouvement du véhicule s'infléchit dans le sens de la sollicitation.

3c 2. Xms = 0

- le dénominateur n'est jamais nul; il y a donc stabilité à toutes les vitesses.
- la réponse en α est du signe de $\emptyset$, mais la réponse en $\frac{1}{R}$ est nulle. Le véhicule cède à la sollicitation en conservant une trajectoire rectiligne; il marche "en crabe".

3c 3. Xms < 0

- le dénominateur est nul pour une certaine valeur de la vitesse, appelée vitesse critique Vc. Pour $V \neq Vc$, la réponse est finie, mais sa grandeur croît au fur et à mesure que V se rapproche de Vc. Lorsque, par la pensée, on fait varier V de 0 à l'∞, on traverse : une zone de stabilité; une zone critique autour de Vc, une zone de stabilité pour $V > Vc + \Delta V$. Dans le cadre des hypothèses faites, on ne peut évidemment pas atteindre cette zone, puisqu'il faudrait passer par Vc où les réponses sont infinies. En réalité, les frottements et résistances passives font que la réponse n'est jamais infinie, et que l'on pourrait traverser la zone d'instabilité (et on voit alors que les réponses tendent vers 0 quand V augmente indéfiniment). On a, pour la vitesse, l'équivalent d'une bande passante.
- pour $V < Vc$, la réponse en α a le signe de $\emptyset$, mais la réponse en $\frac{1}{R}$ a le signe contraire.

.../...

Calcul de la vitesse critique.

La valeur de Vc est celle qui annule le dénominateur, soit :

$$\boxed{Vc = E \sqrt{\frac{- D_1 D_2}{(D_1 + D_2) Xms}}}$$

où : $E = l_1 + l_2$ est l'empattement du véhicule.

On augmentera la valeur de Vc en augmentant E, D ou en diminuant Xms.

3d) Etude à $|\Gamma_y| = \Gamma$; $\Phi_y = 0$.

Les réponses s'écrivent alors :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{R\Gamma} &= \frac{1}{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2 + X\,ms\,(MV^2 - (D_1 + D_2)\,Xms)} \\ \frac{\alpha}{\Gamma} &= \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1 - MV^2}{(D_1 + D_2)\,(D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2 + Xms\,(MV^2 - (D_1 + D_2)\,Xms))} \end{aligned}}$$

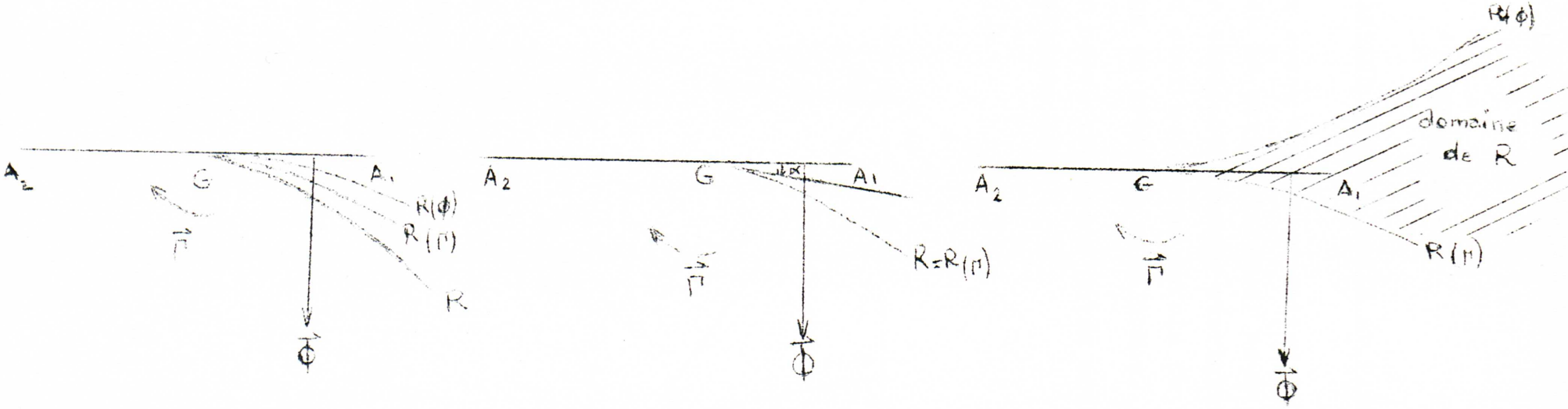
On constate que :

- le dénominateur est le même que dans le cas précédent; la discussion suivant le signe de Xms est donc la même et conduit à la même valeur de la vitesse critique Vc.
- la réponse en $\frac{1}{R}$ n'est plus proportionnelle à Xms; elle a toujours le même signe que Γ .

3c) Etude à Φ et $\Gamma \neq 0$.

Les résultats s'obtiennent évidemment en superposant les résultats des deux paragraphes précédents. Il n'y a donc rien à ajouter sur le plan théorique; en pratique, le système Φ et $\Gamma \neq 0$ représente l'action d'un vent latéral sur le véhicule. La poussée créée par un vent latéral s'applique en un point appelé centre de poussée latérale qui, pour les véhicules usuels, est situé très en avant du centre de gravité. Il résulte alors de nos conventions de signe que : $\Phi_y > 0 \Longleftrightarrow \Gamma > 0$

Nous allons représenter schématiquement les réponses de courbure suivant la valeur de la marge statique (cf les trois figures). A première vue, on peut penser que la meilleure réponse en courbure est donnée par le véhicule sur-vireur, puisque dans ce cas on a deux effets antagonistes.

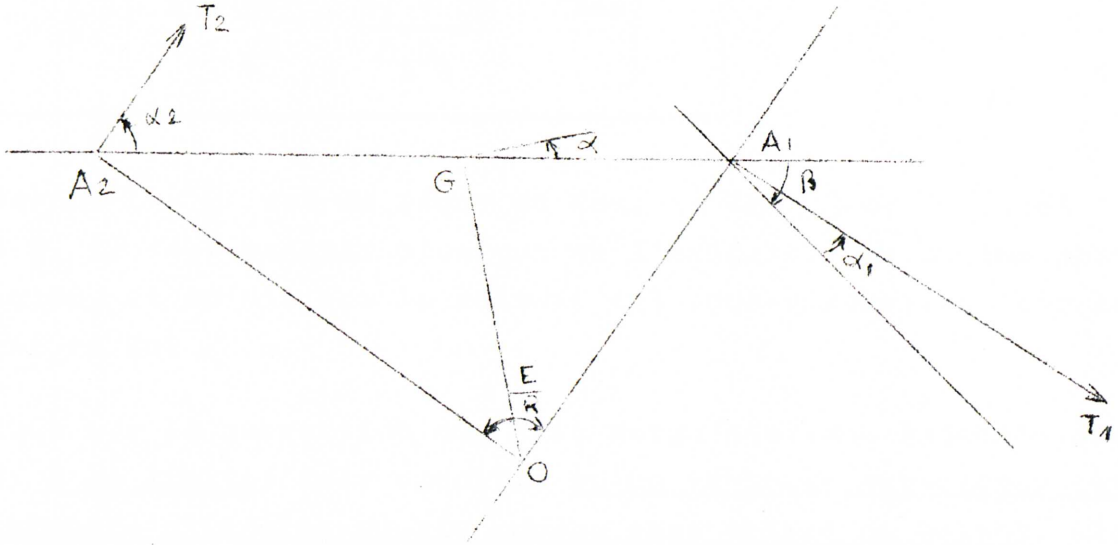

A2
G
A1
R(Φ)
R(Γ)
R
Γ
Φ
A2
G
A1
R=R(Γ)
Γ
Φ
A2
G
A1
R(Φ)
domaine de R
R(Γ)
Γ
Φ

4) Remarques.

4a) relation entre l'angle de braquage et la dérive.

Nous avons appelé condition de sous virage la condition imposée au signe de la marge statique; nous allons justifier cela en montrant que, pour un véhicule à marge statique positive, l'angle avec lequel il faut braquer pour suivre un cercle de rayon donné est supérieur à l'angle de braquage du véhicule sans pneus.

Pour cela, reprenons notre modèle avec un angle de braquage $\beta \neq 0$. Les équations sont :



$$\begin{cases} \dfrac{M V^2}{R} = D_1 \alpha_1 + D_2 \alpha_2 \\ D_1 l_1 \; {}_1 = D_2 \; l_2 \alpha_2 \end{cases}$$

d'où l'on tire :

$$\alpha_1 = \frac{M V^2}{R D_1} \cdot \frac{l_2}{E} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{M V^2}{R D_2} \cdot \frac{l_1}{E}$$

En appelant $\vec{P}$ le plan de la roue et $\vec{T}$ la tangente à la trajectoire du pneu (orientés dans le sens du mouvement) on a (cf figure) ;

$$\begin{aligned} \frac{E}{R} &= (\vec{T_2}, \vec{T_1}) \\ &= (\vec{T_2}, \overrightarrow{A_2 A_1}) + (\overrightarrow{A_2 A_1}, \vec{P_1}) + (\vec{P_1}, \vec{T_1}) \\ &= -\alpha_2 + \beta + \alpha_1 \end{aligned}$$

.../...

$$\boxed{\frac{E}{R} = \beta + \alpha_1 - \alpha_2.}$$

$\frac{E}{R}$ est égal à β en l'absence de dérive; on l'appelle <u>angle d'Ackermann.</u>

En remplaçant α_1 et α_2 par leurs valeurs calculées précédemment, on obtient :

$$\beta = \frac{E}{R} + \frac{MV^2}{ER} \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{D_1 D_2}$$

$$\boxed{= \frac{E}{R} \left(1 + \frac{MV^2}{E^2} \cdot \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2} \cdot Xms \right)}$$

La différence $\beta - \frac{E}{R}$ est du signe de Xms; si Xms $>$ o, β est supérieur à $\frac{E}{R}$, il faut braquer plus que ne l'exigerait la courbe pour un véhicule rigide, et on dit que la voiture est sous-vireuse. La conclusion est l'inverse si Xms $<$ o.

On remarque que la correction dûe à la marge statique augmente indéfiniment avec V; <u>à la limite</u>, cela signifie <u>qu'un véhicule sur-vireur est capable de prendre n'importe quelle courbe sans action du volant</u>, alors qu'un véhicule sous-vireur demeure en ligne droite quelles que soient les actions du volant. Ceci illustre bien le rôle de la marge statique quant à la stabilité, ainsi que le phénomène de l'instabilité lui-même: lorsque le véhicule sur-vireur amorce un virage avec un $\frac{V^2}{R}$ excessif, il ne peut plus en sortir; la vitesse de lacet $\dot{\psi}$ garde un signe constant, et on dit qu'on a affaire à une <u>instabilité spirale</u> (par opposition aux <u>instabilités oscillatoires</u> où l'on s'écarte indéfiniment d'une position d'équilibre, mais en passant constamment de part et d'autre).

4b) <u>remarques sur la marge statique</u>.

On voit bien sur les considérations précédentes le danger que peut représenter un véhicule sur-vireur; c'est pourquoi <u>à peu près tous les véhicules de tourisme sont sous-vireurs</u>. Or, si on calcule, à partir de l'équation de définition, la marge statique d'un certain nombre de véhicules

.../...

de la gamme Renault, on a le tableau suivant (l'imprécision sur la marge statique étant due uniquement à la plage admissible pour la pression de gonflage des pneus) :

type :	schéma statique	Xms =
R.8	A_2 G A_1 ; 480 kg ; 285 kg ; 0,85m ; 1,42m	- 0,29 m ∓ 25 %
R.10	A_2 G A_1 ; 520 kg ; 335 kg ; 0,90m ; 1,37m	- 0,24 m ∓ 25 %
R.16	A_2 G A_1 ; 430 kg ; 550 kg ; 1,50m ; 1,20m	+ 0,15 m ∓ 25 %

On constate qu'il y a des marges statiques négatives, et que la valeur de la marge dépend fortement du pneumatique.

Pourtant, même la R.8 et la R.10 sont légèrement sous-vireuses; cela prouve que, dans l'expression liant β à $\frac{E}{R}$, la dérive des pneumatiques n'est pas l'élément essentiel : la force transversale $\frac{MV^2}{R}$ crée des modifications de la géométrie du véhicule (du train avant notamment : braquages complémentaires induits par la force transversale) dont les effets modifient ceux de la dérive. Ces effets sont proportionnels à l'accélération transversale, et l'on a :

$$\beta = \frac{E}{R} + \alpha_1 - \alpha_2 - (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{V^2}{R}$$

$$\boxed{\beta = \frac{E}{R} + \frac{V^2}{R} \left[\frac{M}{E} \cdot \frac{D_2\, l_2 - D_1\, l_1}{D_1\, D_2} + \lambda_2 - \lambda_1 \right]}$$

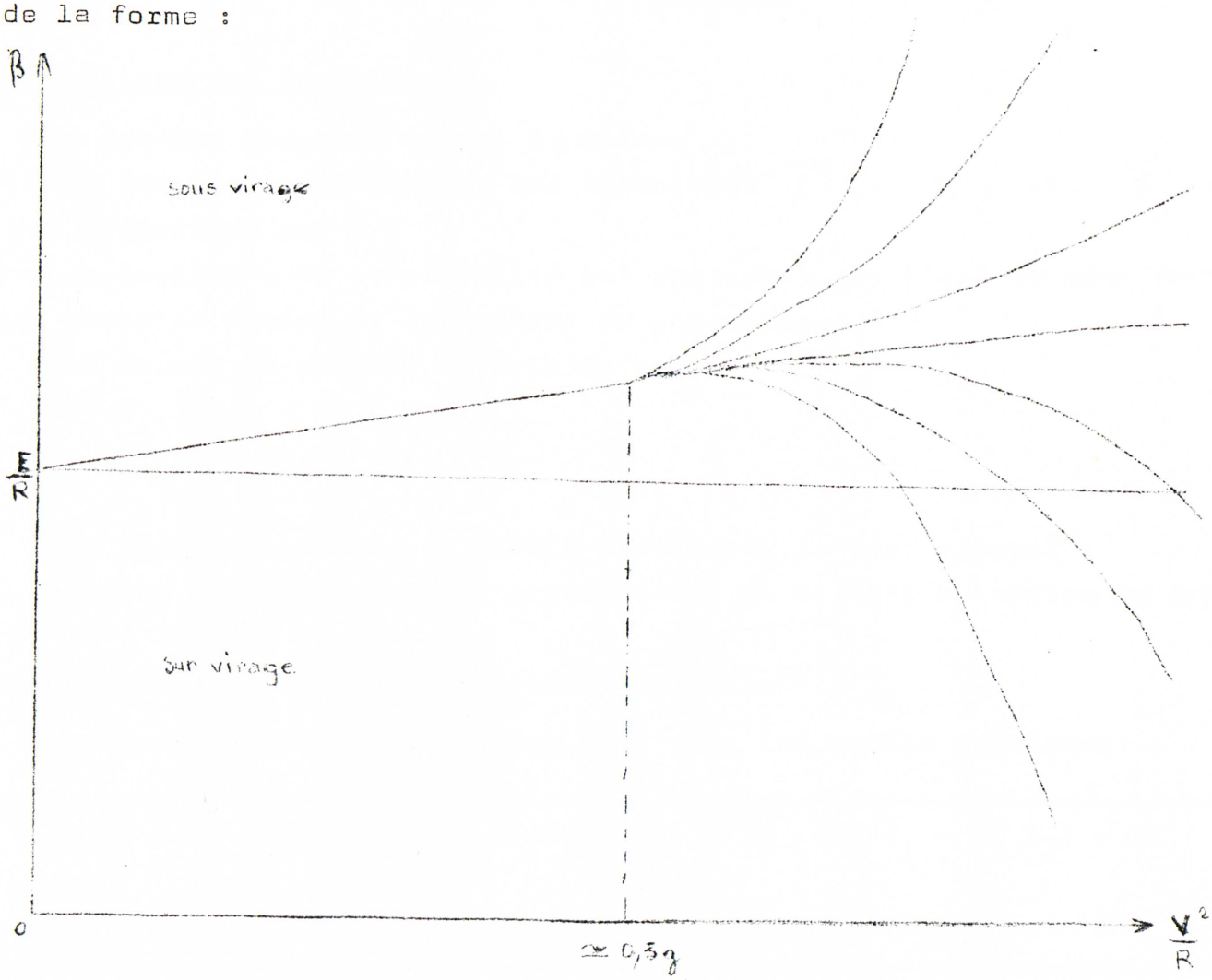
.../...

Sur un véhicule de type 204 Peugeot, on mesure :

$$\frac{M}{E} \cdot \frac{D_2\, l_2 - D_1\, l_1}{D_1\, D_2} = 0{,}0015 \text{ rad/m/s2.}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 0{,}0058 \text{ rad/m/s2.}$$

Les effets des variations de la géométrie du véhicule ont un ordre de grandeur 4 fois supérieur à ceux de la dérive du pneumatique, et on peut donc s'arranger pour que tous les véhicules de tourisme usuels soient sous-vireurs. En fait, le terme $(\lambda_2 - \lambda_1)$ n'est constant que pour les faibles valeurs de l'accélération transversale ($<$ 0,3 g); on peut le calculer dans tous les cas sur anneau de dérapage; on obtient des courbes de la forme :



La marge statique est alors définie par $\overline{KG}$, K étant le point d'application effectif de l'ensemble des forces transversales.

.../...

Influence simultanée de la dérive et du ballant des pneumatiques.

1) les hypothèses.

Nous reprendrons le modèle SERC précédemment étudié; de plus, nous supposerons que les pneumatiques ont du ballant, c'e t-à-dire qu'une force latérale F produit :

- une dérive α donnée par : $F = D\alpha$.
- un ballant y donné par : $F = Ky$.

Si les ballants à l'avant et à l'arrière sont différents, l'axe du véhicule tournera d'un angle $\beta = \frac{|y_1 - y_2|}{E}$.

2) écriture des équations.

Le système comprend quatre équations :

- deux équations dynamiques, qui traduisent $\vec{F} = M\vec{\gamma}$ et $\vec{C} = I\vec{\omega}$ en projection sur $\vec{Oy}$.
- deux équations de comptabilité qui expriment que c'est la même force qui cause la dérive et le ballant du pneumatique.

Les forces et moments extérieurs sont :

$F_1 = D_1 \alpha_1 = K_1 y_1$.
$F_2 = D_2 \alpha_2 = K_2 y_2$.

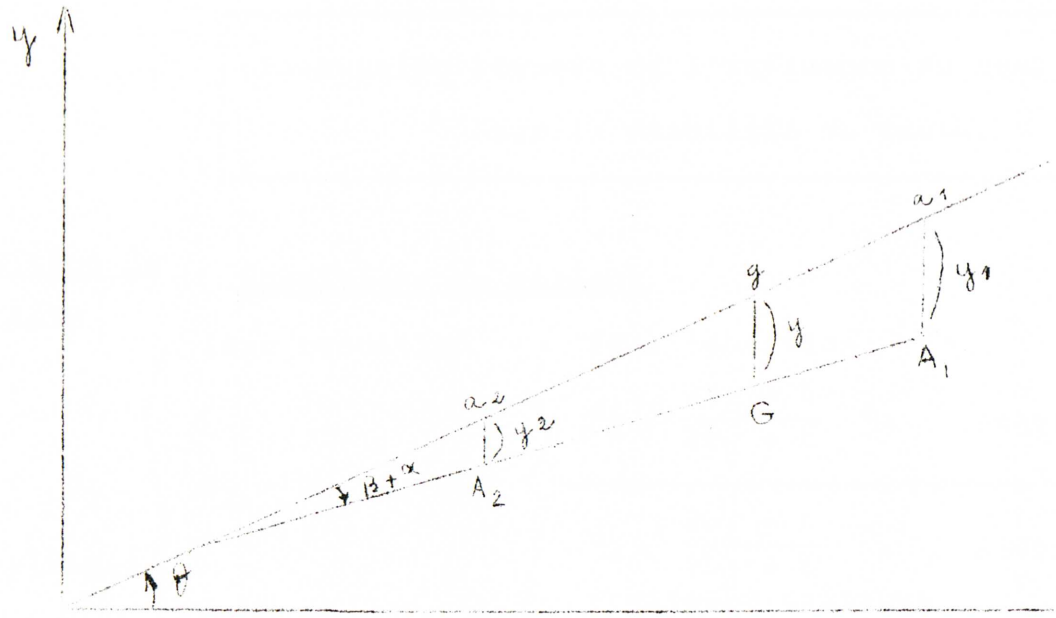
Aux forces d'inertie du modèle précédent, il faut ajouter :

- le terme correspondant à l'accélération du ballant du centre de gravité : $- M \ddot{y}$
- le terme d'accélération angulaire du ballant : $I_2 \cdot \ddot{\beta}$

Les deux équations dynamiques sont donc (cf modèle précédent) :

$$\boxed{\begin{array}{l} (1)\ \cancel{\Gamma_y} - M\ddot{y} - MV(\dot{\beta} + \dot{\alpha}) - \alpha(D_1 + D2) - \frac{\dot{\theta}}{V}(D_1 l_1 - D_2 l_2) = 0 \\ (2)\ \cancel{\Gamma_y} - I_2(\ddot{\beta} + \ddot{\theta}) - \alpha(D_1 l_1 - D_2 l_2) - \frac{\dot{\theta}}{V}(D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2) = 0 \end{array}}$$

.../...



On a pour chaque essieu :

$$\alpha_1 = \alpha + \frac{l_1}{R} = \alpha + \frac{l_1 \dot{\theta}}{V} \qquad y_1 = y + l_1 \beta$$

$$\alpha_2 = \alpha - \frac{l_2}{R} = \alpha - \frac{l_2 \dot{\theta}}{V} \qquad y_2 = y - l_2 \beta$$

d'où les deux équations decompatibilité :

$$(3) \quad D_1 \left(\alpha + \frac{l_1 \dot{\theta}}{V} \right) = K_1 \left(y + l_1 \beta \right).$$

$$(4) \quad D_2 \left(\alpha - \frac{l_2 \dot{\theta}}{V} \right) = K_2 \left(y - l_2 \beta \right).$$

3) <u>discussion du système</u>.

La discussion se mène selon la méthode exposée en annexe I. Les calculs sont longs et touffus; au prix de l'hypothèse $l_1 l_2 = \rho_z^2 = \frac{I_z}{M}$ qui sera justifiée au prochain paragraphe, on peut schématiser les résultats de la discussion par le tableau suivant, où l'on a posé :

$d_1 = \frac{m_1}{D_1}$ (m_1 : charge de l'essieu avant)

$b_1 = \frac{D_1}{K_1}$ appelé balliant intrinsèque de l'essieu 1

$d_2 = \frac{m_2}{D_2}$

$b_2 = \frac{D_2}{K_2}$

.../...

Discussion résumée de l'influence du seul pneumatique sur la stabilité de route.

Condition de dérive	Conditions de ballant		Conclusions
$d_2 < d_1$ (sous-virage)	1ère condition	2ème condition	
	$b_1 - b_2 < E$	$d_2 > \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d_1$	stabilité à toutes vitesses
		$d_2 < \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d_1$ - vitesse critique V_3 -	stabilité pour $V < V_3$
	$b_1 - b_2 > E$ -vitesse critique V_2 -	il en résulte que $d_2 < \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d_1$ → vitesse critique V_3	stabilité pour $V < \text{Inf}(V_2, V_3)$.
$d_2 > d_1$ (sur virage) vitesse critique V_1	$b_1 - b_2 < E$		stabilité pour $V < V_1$
	$b_1 - b_2 > E$ -vitesse critique V_2 -	$d_2 > \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d_1$	$V < \text{Inf}(V_1, V_2)$
		$d_2 < \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d_1$ - vitesse critique V_3 -	$V < \text{Inf}(V_1, V_2, V_3)$.

Dans toute la gamme des pressions normales de gonflage des pneumatiques, b_1 et b_2 sont très petits devant E, et <u>l'influence du ballant sur la stabilité de route est parfaitement négligeable</u>, la condition $b_1 - b_2 < E$ étant très largement satisfaite ainsi que la condition $d_2 > \frac{2b_1 - E}{2b_2 + E} d$, puisque $2b_1 - E < 0$.

.../...

Montrons le sur deux exemples numériques.

R. 8		R. 16	
m_1 = 285 kg	d_1 = 0,10	m_1 = 550 kg	d_1 = 0,166
m_2 = 480 kg	d_2 = 0,14	m_2 = 430 kg	d_2 = 0,168
E = 2,27 m	b_1 = 0,52 m	E = 2,70 m	b_1 = 0,415 m
D_1 = 2 960 kg/rad	b_2 = 0,39 m	D_1 = 3 300 kg/rad	b_2 = 0,366 m
D_2 = 3 290 kg/rad		D_2 = 2 560 kg/rad	
K_1 = 5 500 kg/m		K_1 = 8 000 kg/m	
K_2 = 8 500 kg/m		K_2 = 7 000 kg/m	

On voit, que, en ne considérant que l'influence du pneumatique, la R 16 est très faiblement sous-vireuse (on pourrait la rendre neutre en jouant sur le gonflage des pneumatiques) et la R.8 est largement sur-vireuse. Quant aux conditions de ballant, elles sont satisfaites de façon à n'introduire aucune vitesse critique.

Calcul de la vitesse critique V_1 de la R8.

$$V_1 = \sqrt{\frac{E}{d_2 - d_1}} = \sqrt{\frac{2,27}{0,04}} = 7,2 \text{ m/s} \simeq 28 \text{ km/h !}$$

On se rend facilement compte, sur cet exemple numérique, de l'intérêt des voitures sous-vireuses.

Influence de la suspension.

1) hypothèses.

Contrairement à ce que nous avons admis jusqu'ici, la caisse n'est pas liée rigidement au chassis : elle est fixée, à peu près à l'endroit des roues, par quatre ressorts qui constituent la suspension.

Nous supposerons que la rigidité de la suspension est infinie dans toutes les directions du plan de roulement; le mouvement de chaque ressort est perpendiculaire au plan de roulement, ce qui laisse à la caisse trois degrés de liberté :

.../...

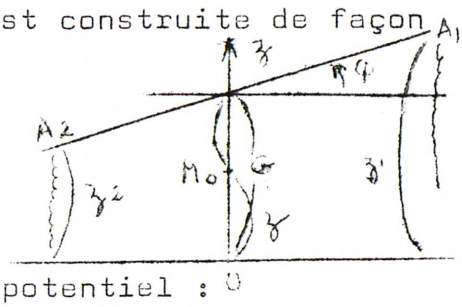
deux degrés longitudinaux : tangage et pompage.
un degré transversal : roulis.

Sur le plan de la stabilité de route, seul le roulis - découplé du tangage et du pompage en raison de la symétrie médiane - est à prendre en considération. Mais la fréquence du tangage et du pompage a une grande influence sur le confort du véhicule; il en résulte des contraintes pour la construction que nous allons indiquer.

2) Pompage et tangage.

2.a) Les contraintes physiologiques.

L'expérience montre que l'organisme humain supporte assez mal des mouvements périodiques dont la fréquence est très différente de celle de la marche au pas; plus précisément, si T est la période d'oscillations imposées à l'organisme, la sensation de confort a lieu dans la plage $0{,}8 < T < 1{,}5$ seconde; pour $T < 0{,}5$ s, le tremblement est difficilement supportable et pour $T > 2$ s, on a une sensation de mal de mer. Les périodes propres de pompage et de tangage doivent donc, pour que le véhicule soit confortable , se situer dans un intervalle très petit; nous allons montrer que ceci n'est possible que si la voiture est construite de façon que le pompage soit découplé du tangage.



2.b) Ecriture des équations.

Appliquons la méthode de Lagrange :

$$2\,C = M\rho_z^2\,\dot{\varphi}^2 + M\,\dot{z}^2 .$$

Les forces exercées par les ressorts dérivent d'un potentiel :

$$2\,V = K_1\,z_1^2 + K_2\,z_2 = K_1\,(z + l_1\varphi)^2 + K_2\,(z - l_2\varphi)^2$$

Les équations s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{\varphi}}\right) = -\frac{\partial V}{\partial \varphi}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{z}}\right) = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

soit :

$$(1)\begin{cases} -M\rho_z^2\,\ddot{\varphi} = (K_1 l_1 - K_2 l_2)\,z + (K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2)\,\varphi . \\ -M\,\ddot{z} = (K_1 + K_2)\,z + (K_1 l_1 - K_2 l_2)\,\varphi . \end{cases}$$

.../...

On pose :

$$\frac{K_1 + K_2}{M} = \omega_1^2$$ pulsation de pompage découplé.

$$\frac{K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2}{M z^2} = \omega_2^2$$ pulsation de tangage découplé.

$$\frac{(K_1 l_1 - K_2 l_2)^2}{(K_1 + K_2)(K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2)} = \alpha^2$$ coefficient de couplage.

$$(1) \Rightarrow (2) \quad \boxed{\begin{aligned} -\ddot{z} &= \omega_1^2 z + \alpha \omega_1 \omega_2 \varphi . \\ -\ddot{\varphi} &= \omega_2^2 + \alpha \omega_1 \omega_2 z . \end{aligned}}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} p^2 + \omega_1^2 & \alpha \omega_1 \omega_2 \\ \alpha \omega_1 \omega_2 & p^2 + \omega_2^2 \end{vmatrix} = p^4 + (\omega_1^2 + \omega_2^2) p^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - \alpha^2) = 0 \qquad (3)$$

L'équation (3) a deux racines p_1^2 et p_2^2 qui correspondent aux modes propres de roulis et de tangage. Nous voulons imposer :
$p_1^2 = p_2^2$; il faut que (3) ait une racine double, ce qui entraîne :

$$(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4 \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - \alpha^2) = 0$$

soit : $$(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4 \alpha^2 \omega_1^2 \omega_2^2 = 0$$

Il faut donc qu'on ait à la fois $\begin{cases} \omega_1 = \omega_2 & (4). \\ \alpha = 0 & (5). \end{cases}$

(5) $K_1 l_1 = K_2 L_2$ soit $\boxed{\dfrac{K_1}{m_1} = \dfrac{K_2}{m_2}}$ (6)

Il faut que la raideur de chaque ressort soit proportionnelle à la charge de l'essieu qui le porte; alors le tangage et le pompage sont découplés.

.../...

(4) $\Rightarrow \rho_z^2 (K_1 + K_2) = K_1 \ell_1^2 + K_2 \ell_2^2$

ce qui s'écrit, en vertu de la condition précédente $K_1 l_1 = K_2 l_2 = Kl$.

$\rho_z^2 K\ell \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}\right) = K\ell(\ell_1 + \ell_2)$

soit $\boxed{\rho_z^2 = l_1 l_2.}$ 5 (7)

Nous trouvons ici la condition dont nous nous sommes servis au paragraphe précédent. Les conditions (6) et (7) sont assez sensiblement réalisées sur les véhicules de tourisme.

Remarque sur la stabilité du modèle.

Revenons à l'équation (3); cette équation a toujours un discriminant non négatif, donc deux racines réelles; comme on a toujours $\alpha < 1$, ces deux racines sont négatives, et le modèle est toujours stable.

3) Le roulis.

3.a) Les hypothèses.

Nous reprenons le modèle à deux degrés de liberté, en négligeant les effets du ballant des pneumatiques et de la suspension; nous lui adjoignons un degré de liberté de roulis. La suspension est la même qu'en 2), c'est-à-dire sans élasticité transversale et sans amortissement. Nous ne tenons pas compte non plus des variations de géométrie du véhicule engendrées par le roulis.

Notations : L_ψ : rigidité totale en roulis.

Ox : axe de roulis.

$\overline{OG} = h_o$.

Ix : moment d'inertie autour de Ox.

$IGx = Ix - Mh_o^2$: moment d'inertie autour de l'axe principal Gx.

3.b) Les équations.

On considère le repère O.xyz; en y projetant les équations de la dynamique, on obtient :

autour de Ox : $I_x \ddot{\psi} = L_\psi \psi - Mb_o V(\dot{\alpha} + \dot{\theta})$.

autour de Oz : $I_z \ddot{\theta} = \Gamma + N_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + N_\alpha \alpha$.

sur Oy $MV(\dot{\alpha} + \dot{\theta}) + Mh_o \ddot{\psi} = \cancel{0} + Y_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + Y_\alpha \alpha$.

où $N_{\dot{\theta}}$, N_α, $Y_{\dot{\theta}}$, Y_α sont les dérivées de stabilité des paramètres considérés.

.../...

3.c) Les valeurs de régime permanent.

En supposant $\dot{\alpha} = \dot{\psi} = \ddot{\theta} = 0$, le système se réduit à :

$$0 = L_\psi \psi - M h_0 V \dot{\theta}$$
$$0 = T + N_\theta \dot{\theta} + N_\alpha \alpha$$
$$MV\dot{\theta} = \cancel{0} + Y_\theta \dot{\theta} + Y_\alpha \alpha .$$

Les deux dernières équations sont celles du modèle à dérive seule, et on retrouve la même discussion.

La première équation donne :

$$\boxed{\psi_0 = \frac{V^2}{R} \frac{M h_0}{L_\psi} .}$$

3c) Etude de stabilité.

L'étude du déterminant du système conduit à des calculs extrêmement touffus; elle a été faite par monsieur Leygue, ingénieur au Corps des Ponts.

L'équation caractéristique est : $A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0$.

où, en normalisant par $A_0 = 1$:

$$A_1 = \frac{1}{V} \left[\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{Iz} + \frac{Ix}{Ix - Mh_0^2} \frac{D_1 + D_2}{M} \right] .$$

$$A_2 = \frac{Ix}{Ix - Mh_0^2} \frac{D1\ D2\ E^2}{MI_2\ V^2} + \frac{Ix}{Ix - Mh_0^2} \frac{2\ D_1 l_1 - D_2 l_2}{I_2} .$$

$$A_3 = \frac{1}{V} \frac{Ix\ \omega_\psi^2}{Ix - Mh_0^2} \left[\frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{I_2} + \frac{D_1 + D_2}{M} . \right]$$

$$A_4 = \frac{x\ \omega_\psi^2}{Ix - Mh_0^2} \left[\frac{D_1 D_2 E^2}{MI_2 V^2} - \frac{D_1 l_1 - D_2 l_2}{I_2} . \right]$$

Sur ces valeurs, un certain nombre de conditions de Routh sont satisfaites quelles que soient les valeurs des paramètres, et il ne reste que deux conditions :

$$\boxed{\begin{array}{c} A_4 > 0 \\ A_1 A_2 A_3 - A_0 A_3^2 - A_1^2 A_4 > 0. \end{array}}$$

.../...

Condition $A4 > 0$.

Comme $I_x - Mh_o^2 = IG_x$ est toujours positif, la condition se réduit à :

$$\boxed{\frac{D_1 \; D_2 \; C^2}{M \; I_2 \; V^2} - \frac{D_1 \, l_1 - D_2 \, l_2}{I_2} > 0}$$

Cette condition est la même que pour le modèle à dérive seule : elle est satisfaite quelle que soit la vitesse pour un véhicule sous-vireur, et pour $V < Vc$ pour un véhicule sur-vireur.

Condition $A_1 \, A_2 \, A_3 - A_o \, A_3^2 - A_1^2 \, A_4 > 0$.

Cette condition ne sera vérifiée quelle que soit la vitesse que si l'on a :

$$\omega_\varphi^2 \geqslant \frac{Ix \; I_2 \; (D_1 + D_2) + M \; (Ix - Mh_o^2) \; (D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2)}{I_z \; I_2 \; (D_1 + D_2) + M \; Ix \; (D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2)} \cdot \frac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{I_2}$$

soit : $\omega_\varphi^2 \geqslant k^2 \cdot \dfrac{D_2 \, l_2 - D_1 \, l_1}{I_2}$ avec $\begin{cases} k^2 < 1. \\ k^2 \not\approx 1. \end{cases}$

La condition est toujours vérifiée si le véhicule est neutre ou sur-vireur. Si par contre il est sous-vireur, il faudra fixer ω_φ au dessus d'une certaine valeur, sans quoi le véhicule ne sera stable qu'en dessous d'une vitesse critique.

Posons $\dfrac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{I_z} = \omega_\theta^2$; c'est, à la limite ($V \to \infty$) la pulsation découplée de lacet; la condition s'écrit : $\boxed{\omega_\varphi \geqslant k \; \omega_\theta}$

k étant un coefficient très voisin de 1.

Si cette condition n'est pas satisfaite, on obtiendra pour les valeurs de V supérieures à la vitesse critique, un mode nouveau d'instabilité par rapprochement des fréquences propres de roulis et de lacet. (cf. annexe C). Ceci s'explique par le fait que l'échange d'énergie entre

.../...

un oscillateur et une excitation périodique ne peut prendre des proportions notables que si la fréquence de l'excitation se trouve dans la bande passante de l'oscillateur. Si lacet et roulis couplés ont des fréquences propres suffisamment voisines, l'apport d'énergie extérieur pourra passer du roulis au lacet, on aura un mouvement oscillatoire de lacet d'amplitude croissante qui se terminera par une perte d'adhérence.

3d). Influence de l'amortissement.

Jusqu'ici, nous n'avons pas introduit les amortisseurs. On peut montrer (cf annexe D) que la dérive des pneumatiques, entre autres, a un effet amortisseur. Monsieur Laygue a introduit l'amortissement dans son modèle; l'étude numérique montre qu'il est intéressant d'avoir un taux d'amortissement de roulis découplé assez important, ainsi qu'une fréquence de roulis nettement supérieure à celle de lacet.

Le taux d'amortissement souhaitable devrait être compris entre 0,3 et 0,7. Le calcul des amortisseurs tient compte surtout des facteurs de confort, et on arrive à un taux pratique d'environ 0,37. Ce taux n'est pas très satisfaisant, compte tenu de la nécessité d'augmenter la rigidité anti-roulis par l'adjonction de barres stabilisatrices.

Influence de la colonne de direction.

Nous avons exposé les modèles de stabilité dans l'ordre de complexité croissante, et aussi d'influence décroissante des paramètres sur la stabilité de route du véhicule.

On ne s'est rendu compte qu'assez récemment de l'importance que pouvait avoir l'élasticité de la colonne de direction : l'hypothèse "volant bloqué" qui correspond très bien à des conditions expérimentales, était implicitement transformée en "train avant bloqué".

L'étude de Segel (1965-66) que nous allons résumer servira de transition entre l'étude du régime permanent et celle du régime transitoire à un double point de vue :

1) La différence fondamentale entre les deux aspects de l'étude est l'intervention d'une direction variable dans le régime transitoire.

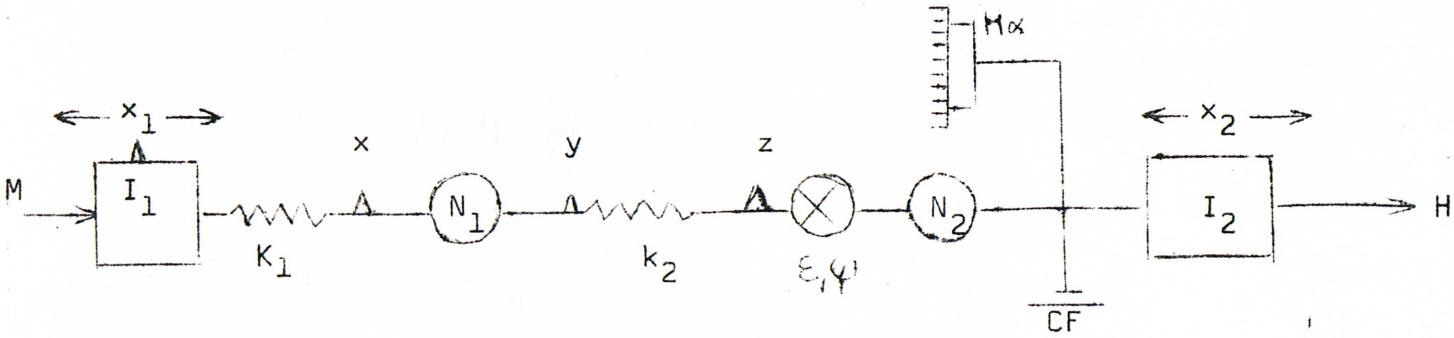
2) Le modèle Segel est trop complexe pour pouvoir l'analyser algébriquement. Il a été traité sur une machine analogique rapide, qui permet les calculs les plus commodes à ce niveau.

.../...

1. Les hypothèses.

Le modèle est à cinq degrés de liberté :

- les trois degrés classiques : dérive, lacet, roulis
- deux degrés pour la direction. En fait (cf schéma) les mouvements de la direction sont représentés par un système asservi à deux entrées (volant et roues). Il y a en tout cinq paramètres, dont deux degrés de liberté qui correspondent à deux équations dynamiques et trois paramètres de liaison qui correspondent à des équations de compatibilité.



Notations :

M_1 : couple appliqué par le conducteur

I_1 : inertie du volant ; x_1 déplacement angulaire du volant

K_1 : raideur de la colonne de direction

x : déplacement angulaire de la colonne de direction

N_1 : démultiplication du boitier de direction

y : déplacement angulaire de l'arbre de transmission

K_2 : raideur de l'engrenage de direction.

z : déplacement angulaire de l'engrenage de direction.

: angle de braquage induit par le roulis .

N_2 : démultiplication de l'engrenage de direction

CF : forces de frottement solide.

H : amortissement visqueux

I_2 : inertie du train avant

x_2 : angle de braquage des roues avant.

H : couple appliqué aux roues.

Le système asservi de la colonne de direction

.../...

L'entrée du système étant le couple appliqué à la direction, on étudie un système à volant libre et non à volant bloqué.

Enfin, le système n'est pas linéaire, car on introduit les forces de frottement solide.

2. Les équations.

En fonction du schéma, il est facile d'établir les cinq équations :

(1) $I_1 \ddot{x}_1 = M + K_1 (x - x_1)$ équation dynamique de X_1 .

(2) $X = N_1 y$ compatibilité du boîtier de direction.

(3) $y = z - \eta_F N_1 \frac{K_1}{K_2} (y - x_1)$ équilibre des couples autour du boîtier

η_F = coefficient de transmission du boîtier.

(4) $z = N_2 x_2 - \varepsilon_1 \psi$ compatibilité de l'engrenage

(5) $I_z (\ddot{x}_2 + \ddot{\theta}) = N_2 K_2 (y - z) + H \mp CF + H_x \dot{x}_2$ éq dynamique de x_2

Le couple de pivot H s'exprime, à l'aide des dérivées de stabilité :

$$H = H_\alpha \alpha + H_\theta \dot{\theta} + H_\psi \psi .$$

Après élimination des paramètres de liaison, on obtient :

(6) $$\boxed{I'_1 \ddot{x}'_1 = M' + K_{ss} (x_2 - x'_1) - \varepsilon_1 \frac{K_{ss}}{N_2} \psi}$$

(7) $$\boxed{I_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{\theta}) = K_{ss} (x'_1 - x_2) + \varepsilon_1 \frac{K_{ss}}{N_2} \psi + H \mp CF + H_x \dot{x}_2}$$

où : $$K_{ss} = \frac{\eta_F (N_1 N_2)^2 K_1 K_2}{K_2 + \eta_F N_2^2 K_1} .$$

.../...

$$I_1' = \eta_F \, (N_1 \, N_2)^2 \; I_1 .$$

$$x_1' = \frac{x_1}{N_1 \, N_2} .$$

$$M' = \eta_F \, . \, (N_1 \, N_2) . \, M .$$

Aux deux équations (6) et (7), il faut bien entendu ajouter les trois équations de la dérive, du lacet et du roulis.

3. Résultats des études numériques.

3a). Les modes propres.

L'équation caractéristique est en p^8; elle a 4 paires de racines complexes conjuguées qui définissent les modes propres du système. On constate que, sur les 4 modes, 3 sont toujours amortis alors que le 4ème peut avoir sa partie réelle positive : on l'appelle le mode instable.

3b). Le mode instable.

Les facteurs suivants ont un effet stabilisateur, c'est-à-dire diminuent la partie réelle du mode instable :

- réduction de l'inertie I_1 du volant,
- accroîssement du couple H.
- accroîssement de l'amortissement H_x.
- accroîssement de la rigidité de roulis.
- accroîssement de la force de frottement CF.

En fait, la force CF est toujours suffisante pour que le véhicule réel n'ait pas vraiment d'instabilité. Mais on a constaté qu'il était utile de jouer sur les facteurs précédents pour améliorer la qualité de la réponse en direction.

.../...

Influence des facteurs aérodynamiques.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que les instabilités dues à des forces inhérentes au véhicule; il faut remarquer qu'une instabilité même inhérente au véhicule ne peut se manifester que s'il y a apport d'énergie venant de l'extérieur, ce qui pouvait se faire de deux façons :

- énergie cinétique de mouvement en avant du véhicule : lorsque la trace des roues n'est plus tangente à $\vec{V}$, les forces à leur niveau ont un travail non nul et, pour satisfaire l'hypothèse de $|V|$ constant, il faut que le moteur fournisse une énergie supplémentaire.
- impulsions données par les irrégularités de la route et qui excitent le roulis.

L'atmosphère peut introduire des irrégularités dans les forces extérieures appliquées au véhicule - remarquons au passage qu'une très grande partie des travaux sur la stabilité de route des véhicules a été faite soit dans des centres de recherche aéronautique (ex.: Cornell Aéronautical Laboratory : Milliken, Segel, etc...) soit comme prolongement d'études de stabilité aérodynamique (ex.: Rocard) -
Le danger vient de l'apparition de portances aérodynamiques : lorsque la vitesse du véhicule dépasse 150 km/h et que la finesse de la carrosserie est suffisante (ces deux conditions étant évidemment très fortement corrélées), on ne peut plus supposer que la résistance de l'air est horizontale et opposée au roulement, il y a une composante verticale qui peut atteindre, à grande vitesse, plusieurs dizaines de kilogs.

Cette composante verticale s'obtient en intégrant, sur toute la surface du véhicule, la différence de pression entre le dessus et le dessous du véhicule. La valeur de ces différences est mal connue : la pression au dessus peut se connaître assez facilement : on est dans une atmosphère indéfinie parcourue par une surface lisse et fuselée; par contre la pression de dessous est difficile à connaître, car la surface inférieure du véhicule est assez tourmentée et qu'on a affaire non à une atmosphère indéfinie, mais à une tranche très peu épaisse. En définitive, la portance est une force mal connue et sujette à fluctuations, tant pour la valeur de la résultante globale que pour la façon dont elle est répartie.

.../...

Il en résulte une modification :

- de la réserve d'adhérence des essieux déchargés

- de la rigidité de dérive des pneumatiques.

Il ne semble pas que l'étude des portances soit très avancée à l'heure actuelle, et il faut reconnaître que ce problème ne concerne pas les véhicules de tourisme.

CONCLUSIONS.

a) Modèles et réalités.

Les modèles que nous avons étudiés ne tenaient compte que des liaisons élastiques essentielles du véhicule. Ces modèles ne peuvent pas représenter avec une très grande précision le mouvement des véhicules réels : ils sont difficilement utilisables tels quels pour l'étude du régime transitoire où, la précision recherchée étant assez grande, il faut tenir compte d'un plus grand nombre de paramètres pour représenter le train de roulement.

Toutefois les auteurs semblent d'accord pour reconnaître que les modèles définissent correctement les domaines de stabilité, ainsi que la plage optimale des valeurs numériques des paramètres fondamentaux : marge statique, fréquence de roulis, etc...

Compte tenu de ces nuances et de ces réserves, les études de stabilité de route conduisent aux résultats suivants :

b) les résultats.

b1. impératifs de confort : découplage pompage - tangage.

$$\boxed{\rho^2 = l_1 \, l_2} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{K_1}{m_1} = \frac{K_2}{m_2}}$$

taux d'amortissement optimal

$$\boxed{\xi \simeq 0{,}37.}$$

.../...

b2. <u>impératifs de stabilité</u>.

véhicule légèrement sous-vireur.
fréquence de roulis suffisamment grande $\omega_\varphi > \omega_\theta$
taux d'amortissement de roulis découplé assez important ($0,3 < \varepsilon < 0,7$)
colonne de direction répondant à certains critères.

c) <u>conséquences</u>.

La construction des véhicules de tourisme actuels répond, avec une précision suffisante, à ces critères, et on peut admettre que le <u>domaine de performances des véhicules de série est, à la sortie de l'usine, intérieur à leur domaine de stabilité</u>.

Cette situation peut être <u>modifiée, au cours de la vie du véhicule</u>, d'au moins trois façons différentes :
1) perte de qualité par usure : suspension, amortisseurs.
2) variations importantes de la pression des pneumatiques, dont nous avons vu l'importance sur la valeur de la marge statique.
3) "trafiquage" du véhicule : augmentation de la voie, etc...

Pour lutter contre ces trois facteurs, il semble utile de sensibiliser les conducteurs - par des moyens qui restent à définir - sur l'entretien de leur véhicule.

I I

ETUDE du REGIME TRANSITOIRE :

la tenue de route

Introduction.

Au chapitre précédent, nous avons supposé que le torseur des forces extérieures appliquées au véhicule était indépendant du temps, ce qui impliquait, entre autres, la non-intervention du conducteur. La trajectoire théorique était alors parfaitement définie et, suivant que certaines conditions de construction étaient ou non satisfaites, la trajectoire effective restait ou non dans un voisinage de celle-ci.

En supposant toujours que l'atmosphère et la route sont régulières, l'hypothèse précédente correspond en pratique au cas où le conducteur peut prévoir avec suffisamment d'avance sa trajectoire souhaitée pour s'y ajuster sans exercer d'effort brusque sur la direction ou sur le frein. Les modifications des forces extérieures qui résultent des actions du conducteur sont petites, et la méthode précédente permet de définir le domaine de stabilité.

Ces conditions de circulation ne sont pas toujours réalisées, soit que la phase de circulation soit par essence transitoire (c'est le cas le plus fréquent : dépassement d'un véhicule, virage à faible rayon de courbure; arrêt, etc...) soit qu'un incident quelconque oblige le conducteur à modifier brutalement sa trajectoire désirée. L'étude faite de la stabilité de route ne convient plus : il faut faire une approche plus fine où, au lieu de se contenter de la définition de conditions de stabilité indépendantes du temps, on essaye d'estimer les écarts au cours du temps entre trajectoire désirée et trajectoire effective.

Le calcul opérationnel permet de poser assez simplement (cf. annexe A) les problèmes de régime transitoire. Nous avons vu que, pour des modèles ayant suffisamment de degrés de liberté (disons $n > 3$), l'étude de stabilité de route n'était pratiquement pas possible, et qu'on ne pouvait faire qu'une étude directe - c'est-à-dire une étude de régime transitoire - numériquement sur machine analogique : cette méthode est acceptable parce que la stabilité de la réponse transitoire entraîne, avec réciprocité, la stabilité de route si le système d'équations est linéaire.

Un cas mathématiquement intéressant est celui où l'élément perturbateur (force ou déplacement) est représenté par un échelon unité : le système passe alors, s'il est stable, d'un état d'équilibre initial S_e à un état d'équilibre final S_1, et la rapidité avec laquelle on atteint ce nouvel équilibre, mesurée par la constante de temps et par l'amplitude des éventuelles oscillations transitoires, est un indice de la qualité de la réponse.

.../...

Ce dernier point nécessite évidemment d'être précisé. Il semble qu'en ce sens un travail très intéressant soit en train d'être fait pour définir, à partir de la réponse transitoire, un ensemble de grandeurs qui mesureraient la précision de la manoeuvre et constitueraient ainsi des critères de tenue de route; l'important est que ces grandeurs soient mesurables sans difficulté et qu'elles varient toutes dans le même sens lorsqu'on fait une modification de structure sur le véhicule.

De tels critères présentent un double intérêt :
1°) on peut juger les conséquences sur la tenue de route de toute modification de structure apportée au véhicule. On possède ainsi un outil bien supérieur à celui du chapitre précédent, où l'on donnait des conditions de stabilité, mais sans préciser la qualité de la stabilité.
2°) on peut essayer de délimiter, pour les grandeurs en question, des plages admissibles et des plages inadmissibles.

Nous abordons là une difficulté essentielle de l'étude qui tient au fait que <u>la tenue de route n'est pas une qualité intrinsèque du véhicule</u>. On ne peut définir de plages de valeurs admissibles pour les grandeurs caractéristiques du véhicule que <u>par référence au conducteur et à la route</u>.

La référence à la route est relativement simple à formuler : il suffit de définir la route, c'est-à-dire la largeur de la bande de roulement permise. On peut alors établir, dans chaque cas, l'écart maximum autorisé par la route entre la trajectoire effective et une trajectoire désirée donnée a priori pourvu qu'elle soit compatible avec la largeur de la route.

La référence au conducteur est évidemment plus délicate. L'étude du conducteur sort nettement de notre compétence; on peut penser que toutes les caractéristiques du comportement du conducteur ne sont pas toutes objectivables, et que celles qui sont objectivables n'ont été ni recensées ni toutes objectivées. Le problème se pose du dialogue avec les personnes compétentes, qui n'ont au départ ni le même vocabulaire ni la même optique que nous.

C'est à ce stade que nous en sommes, et c'est sur ce problème ouvert que s'achèvera le dossier long.

.../...

Etude des modèles en régime transitoire.

La méthode est exposée en annexe A. Nous allons l'appliquer sur le modèle le plus simple, où l'ensemble des développements peut se faire sans passer sur calculateur.

1) Ecriture du système.

Reprenons le modèle où n'intervient que la dérive des pneumatiques; le système d'équations s'écrit :

$$\begin{aligned} MV\dot{\alpha} - Y_\alpha \alpha + (MV - Y_{\dot\theta})\dot\theta &= F(t) \\ -N_\alpha \alpha - N_{\dot\theta}\dot\theta + I_z \ddot\theta &= \Gamma(t) \end{aligned}$$

Après transformation de Laplace, le système s'écrit :

$$(1) \quad \begin{pmatrix} MVs - Y_\alpha , & (MV - Y_{\dot\theta})s \\ -N_\alpha , & I_z s^2 - N_{\dot\theta} s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha(s) \\ \theta(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(s) \\ \Gamma(s) \end{pmatrix}$$

Le système n'a de solution unique en α et θ que si le déterminant de la matrice est non nul. Après réduction et remplacement des dérivées de stabilité par leur valeur, le déterminant s'écrit :

$$(2) \quad \Delta(s) = s^2 + \frac{D_1 + D_2}{VI_2}\left(\frac{I_2}{M} + \frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{D_1 + D_2}\right)s + X_{ms}^* \frac{(D_1+D_2)E}{I_2} + \frac{D_1 D\ E^2}{MV^2\ I_2}$$

Les racines de $\Delta(s)$ sont réelles si :

$$\frac{(D_1+D_2)^2}{V^2\ I_2^2}\left(\frac{I_2}{M} + \frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{D_1 + D_2}\right)^2 \geqslant 4\left(X_{ms}^* \frac{(D_1+D_2)E}{I_2} + \frac{D_1 D_2\ E^2}{MV^2\ P_2}\right).$$

soit :

$$(3) \quad X_{ms}^* < \frac{-D_1 D_2 E}{MV^2\ (D_1+D_2)} + \frac{D_1+D_2}{4V^2 I_2 E}\left(\frac{I_2}{M} + \frac{D_1 l_1^2 + D_2 l_2^2}{D_1+D_2}\right)^2.$$

.../...

2) Discussion -

La solution de (1) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{(s)} \\ \delta_{(s)} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta_{(s)}} \overline{\overline{M}} \begin{pmatrix} F_{(s)} \\ \Gamma_{(s)} \end{pmatrix}$$

Les racines de $\Delta_{(s)}$ sont les pulsations des solutions $\alpha_{(t)}$ et $\delta_{(t)}$. Ces racines sont réelles si la condition (3) est satisfaite, et alors la réponse du système est exponentielle.

2a) Etude des réponses exponentielles.

Elles correspondent à la condition (3) remplie.

2a 1). Etude de la condition (3).

La condition (3) impose à la marge statique, pour les cas pratiques de construction des véhicules, d'être soit négative soit très faiblement positive. En effet, si l'on fait :

$$\rho_z^2 = l_1 l_2$$
$$D_1 = D_2$$
$$l_1 = l_2$$

(3) $\Rightarrow X^*_{ms} < 0$ où $X^*_{ms} = \dfrac{D_2 l_2 - D_1 l_1}{(D_1 + D_2) E}$

Il en résulte que :

- un véhicule sur-vireur aura une réponse exponentielle.
- un véhicule faiblement sous-vireur pourra avoir une réponse exponentielle, mais en général le véhicule sous-vireur aura une réponse sinusoïdale.

2a. 2) réponses exponentielles amorties.

Il faut que la somme des racines soit négatives et le produit positif.

$$S = \frac{D_1 + D_2}{V\ I_2} \left(\frac{I_2}{M} + \frac{D_1 l_1^2 + D_2\ l_2^2}{D_1 + D_2} \right)$$

$$P = X^*_{ms} \frac{D_1 + D_2}{I_2} E + \frac{D_1 D_2 E^2}{M V^2 I_2} .$$

.../...

La condition $S < 0$ est toujours vérifiée.

La condition $P > 0$ est :

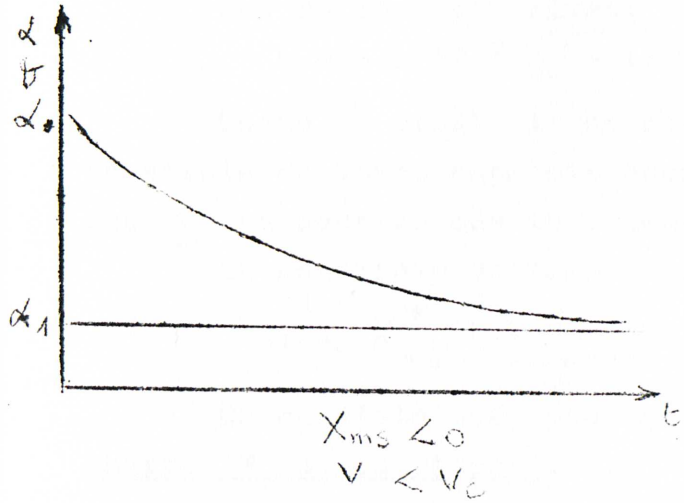
- vérifiée pour un véhicule sous-vireur :
- vérifiée pour un véhicule sur-vireur si : $V^2 < \dfrac{D_1 \, D2 \, E^2}{M \, (D_1 \, l_1 - D_2 \, l_2)}$

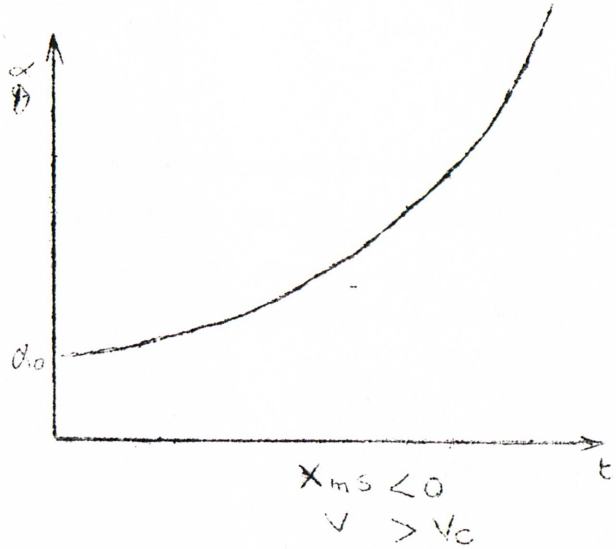
On retrouve la valeur de la vitesse critique du véhicule sur-vireur.

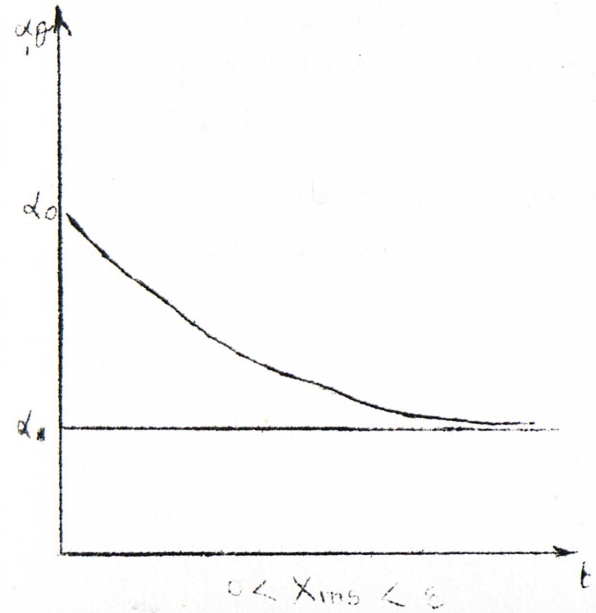
2b) <u>réponses sinusoïdales</u>.

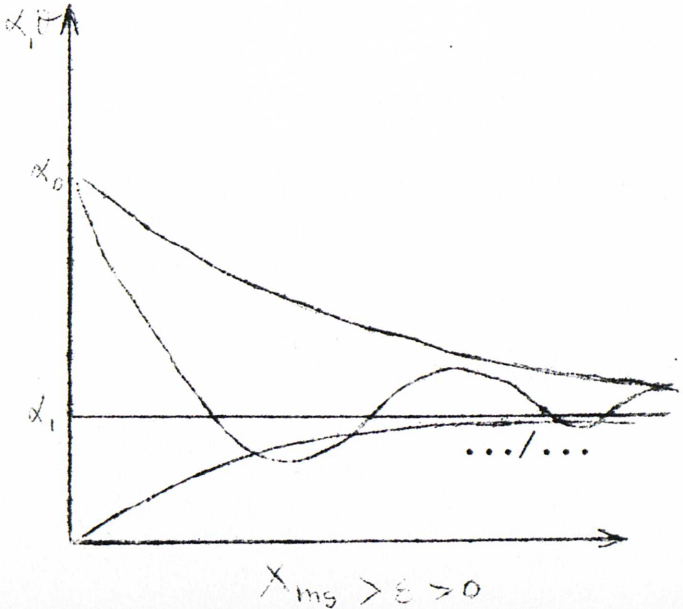
C'est le cas où la condition (3) n'est pas remplie; le véhicule est alors sous-vireur et, comme la somme des racines est toujours négative, la réponse est amortie.

2c) <u>résumé</u>.









3) Caractéristiques des réponses amorties.

La réponse amortie est la seule pratiquement concevable. Il est intéressant - et c'est une introduction à l'étude suivante - de caractériser la qualité des réponses amorties par des paramètres.

3a). réponse exponentielle amortie.

L'équation (2) a deux racines réelles négatives; l'amortissement sera d'autant meilleur que ces racines seront plus grandes en valeur absolue.

Posons :

(4) $\Delta(s) = s^2 + 2\varepsilon\omega s + \omega^2$

avec : $\omega^2(\varepsilon^2 - 1) \geq 0$

Les racines s'écrivent :

$s = -\omega(\varepsilon \mp \sqrt{\varepsilon^2 - 1})$.

Quand ε croît ,l'une des racines tend rapidement vers 0, et la constante de temps augmente énormément. On estime qu'il est préférable que ε ne dépasse pas la valeur 1,1.

La constante de temps sera d'autant plus faible que ω sera grand.

$$\omega = X^*_{ms} \frac{(D_1 + D_2)E}{I_2} + \frac{D_1 D_2 E^2}{M I_2 V^2}.$$

On constate que, pour un véhicule donné, ω diminue avec la charge M et la vitesse.

3b) réponse sinusoïdale amortie.

On a alors : (4) : $\Delta(s) = s^2 + 2\varepsilon\omega s + \omega^2$.

ω est la pulsation du mouvement non amorti.

ε est le taux d'amortissement.

$\varepsilon < 1$.

La constante de temps est $\tau = \frac{1}{\varepsilon\omega}$; il est donc préférable que $\varepsilon\omega$ soit aussi grand que possible.

.../...

$$2\varepsilon\omega = \frac{D_1+D_2}{VI_2}\left(\frac{I_2}{M} + \frac{D_1\, l_1^2 + D_2 l_2^2}{D_1+D_2}\right).$$

En utilisant les simplifications : $D_1 = D_2 = D$

$$l_1 = l_2 = l = \frac{E}{2}$$

$$\rho^2 = l_1\, l_2$$

on obtient :

$$\varepsilon\omega = \frac{2D}{MV} \; ; \quad \omega = \frac{\sqrt{2X^*_{ms} DEMV + D^2E^2}}{MV\rho} \qquad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{X^*_{ms}\frac{MV^2}{\rho D}+1}}$$

La constante de temps augmente encore avec M et V.

La pulsation Ω du mouvement amorti est : $\Omega = \omega\sqrt{1-\varepsilon^2}$

Ω tend vers zéro quand ε tend vers 1. En pratique, l'amortissement est suffisant pour que, lorsque ε est supérieur à 0,7, le caractère oscillatoire du mouvement ne soit pas en évidence, c'est-à-dire que l'amplitude instantanée du mouvement ne dépasse pas significativement sa valeur de régime permanent.

3c) <u>conclusions</u>.

Sur ce modèle simple, on a pu analyser les paramètres caractéristiques de la réponse transitoire en explicitant ces paramètres en fonction des données du véhicules On peut ainsi, au moins dans un certain intervalle de variation de la charge et de la vitesse, <u>régler les caractéristiques du véhicule de façon à optimiser la réponse transitoire</u>, c'est-à-dire dans ce cas particulier :

- réduire au minimum la constante de temps.
- réduire la pulsation à une valeur telle que le caractère oscillatoire du mouvement disparaisse pratiquement.

Sur un modèle possédant un nombre supérieur de degrés de liberté, on va se heurter à deux difficultés fondamentales :

- l'analyse algébrique n'est plus possible : on ne peut que faire une étude numérique sur machine. Cette étude n'a de sens que si elle est soumise à vérification expérimentale, et le raccordement entre les résultats de l'étude et ceux de l'expérience est rendu délicat à cause d'une part de toute la partie de réalité dont le modèle ne tient pas compte et d'autre part de la nature inconnue de la liaison fonctionnelle entre les paramètres d'entrée et les paramètres de sortie du problème.

.../...

- l'optimisation de la réponse transitoire est difficile à définir : on conçoit que, s'il a été facile de définir le domaine optimal de variation de ε et ω, il soit infiniment moins simple de définir celui de plusieurs paramètres qui caractérisent de façon beaucoup moins directe la réponse transitoire. C'est à ce travail que se sont attelés MM. Chiesa et Rinonapoli, du centre de recherches Pirelli.

Etude du modèle Chiesa et Rinonapoli.

1. caractéristiques du modèle.

Il ne faut pas perdre de vue que l'étude est faite chez un fabricant de pneus : l'accent est donc mis sur la prise en compte de toutes les propriétés utiles des pneumatiques. A cette description très précise des pneus s'ajoute une originalité très utile pour le traitement du modèle : l'utilisation de la procédure dite inverse.

1a) la procédure inverse.

La procédure dite normale de traitement du modèle consiste à se donner à tout instant les forces appliquées au véhicule et à en déduire la trajectoire : c'est la méthode que nous avons utilisée plus haut.

La procédure inverse consiste à se donner apriori la trajectoire du centre de gravité. Le calcul est plus compliqué, mais la méthode permet des comparaisons très faciles entre les différentes variantes que l'on peut obtenir par modification de la suspension ou des pneumatiques sur un même véhicule. Cette procédure se rapproche, mieux que la précédente, de la façon usuelle de conduire où le conducteur fixe d'abord sa trajectoire et en déduit les forces à appliquer; toutefois l'expérimentation rigoureuse de cette méthode est difficile si l'on veut suivre avec précision la courbe imposée au centre de gravité.

1b) les degrés de liberté.

Les auteurs ont voulu atteindre un haut degré de précision pour décrire l'influence des pneumatiques et de la suspension. Pour ce faire, ils ont utilisé un modèle à 7 degrés :

- les trois degrés classiques : dérive, lacet, roulis
- quatre degrés (un sur chaque roue) pour traduire la liaison jante-pneu.

De plus, on a tenu compte de ce que certaines relations, supposées linéaires en régime permanent, cessent de l'être en régime transitoire au cours d'une manoeuvre brusque. La force latérale n'est plus proportionnelle à la dérive, et le roulis induit des variations de braquage et de carrossage dont il faut tenir compte (cf annexe B). .../...

2. traitement du modèle.

Le calcul numérique a été fait sur IBM 7040; il permet de déterminer les variables essentielles du problème : angle de braquage et de roulis, vitesse de lacet, force de traction, etc... A partir de ces variables, on peut définir un certain nombre de paramètres qui mesurent l'influence favorable ou défavorable d'une modification apportée au véhicule.

Il est à noter que la définition de ces paramètres - comme l'ensemble de la procédure inverse - implique les réactions du conducteur qui permettent à la trajectoire du centre de gravité de suivre la courbe imposée. Dans la pratique, le conducteur ne pourra pas exécuter à chaque instant les manoeuvres -déterminables par le calcul - qui seraient nécessaires pour remplir la condition imposée : il y aura un écart dont la loi de probabilité devrait résulter de l'étude du système conducteur - véhicule.

2a) les critères.

Les critères de tenue de route proposés sont les suivants :

2a1) corrections de braquage.

Si la trajectoire imposée se termine par une droite ou un cercle, l'angle de braquage tend vers une valeur constante. Cette valeur de régime permanent est atteinte après une série de corrections, dont l'amplitude indique la précision de direction du véhicule. Comme indice de correction, on prend - un peu arbitrairement - le rapport de la moyenne des trois premières corrections à la variation de braquage imposée par le passage de la partie rectiligne à la partie circulaire de la trajectoire.

2a2) degré de sous-virage.

Il peut être défini par la marge statique précédemment utilisée.

2a3) degré d'amortissement.

Si la trajectoire se termine par une droite ou un cercle, la vitesse de dérive tend vers 0 et la vitesse de lacet tend vers une valeur de régime permanent. On a vu sur le modèle précédent que, pour un véhicule sous-vireur, le régime permanent s'atteignait en général de façon oscillatoire. Si T est la période des oscillations et η le coeffi-

.../...

cient d'amortissement, le décrement logarithmique $\lambda = \eta T$ est un indicateur du nombre d'oscillations qui seront effectivement constatées : plus λ sera grand, moins il y aura d'oscillations, et meilleur sera l'amortissement.

2a4) tenue de cap.

Sa précision est mesurée par l'angle de dérive α. Cet angle est en général petit, mais ses variations relatives d'un pneu à un autre sont importantes. Pour une manoeuvre non brusque, la dérive est sans grande importance si le véhicule est stable; pour une manoeuvre brusque, la dérive modifie notablement les conditions de braquage.

2a5) sensation de stabilité.

Elle est mesurée par la vitesse de dérive $\dot{\alpha}$: plus grande sera $\dot{\alpha}$, moins bonne sera la sensation de stabilité.

2a6) déphasage de la réponse.

Le déphasage entre la vitesse de lacet et l'angle de braquage mesure la qualité de la réponse.

2a7) réaction latérale des pneumatiques.

Lorsque la courbure de la trajectoire s'annule brutalement, la force centrifuge fait de même, et la dérive des pneus change brutalement de signe. Les variations de dérive sont d'autant plus faibles que la rigidité de dérive est plus grande. On prendra comme indice de rigidité la variation relative de la dérive.

2b) les manoeuvres.

On utilise trois types de manoeuvres :

2b1) Le test U.

On passe, à 45 km/h, d'une trajectoire circulaire à une trajectoire rectiligne, le profil imposé étant donné par la figure. Sur la section de transition Bc, l'accélération latérale chute, sur 5 mètres, de 0,5 g à 0; la vitesse de décélération est de l'ordre de 1,3 g/sec.

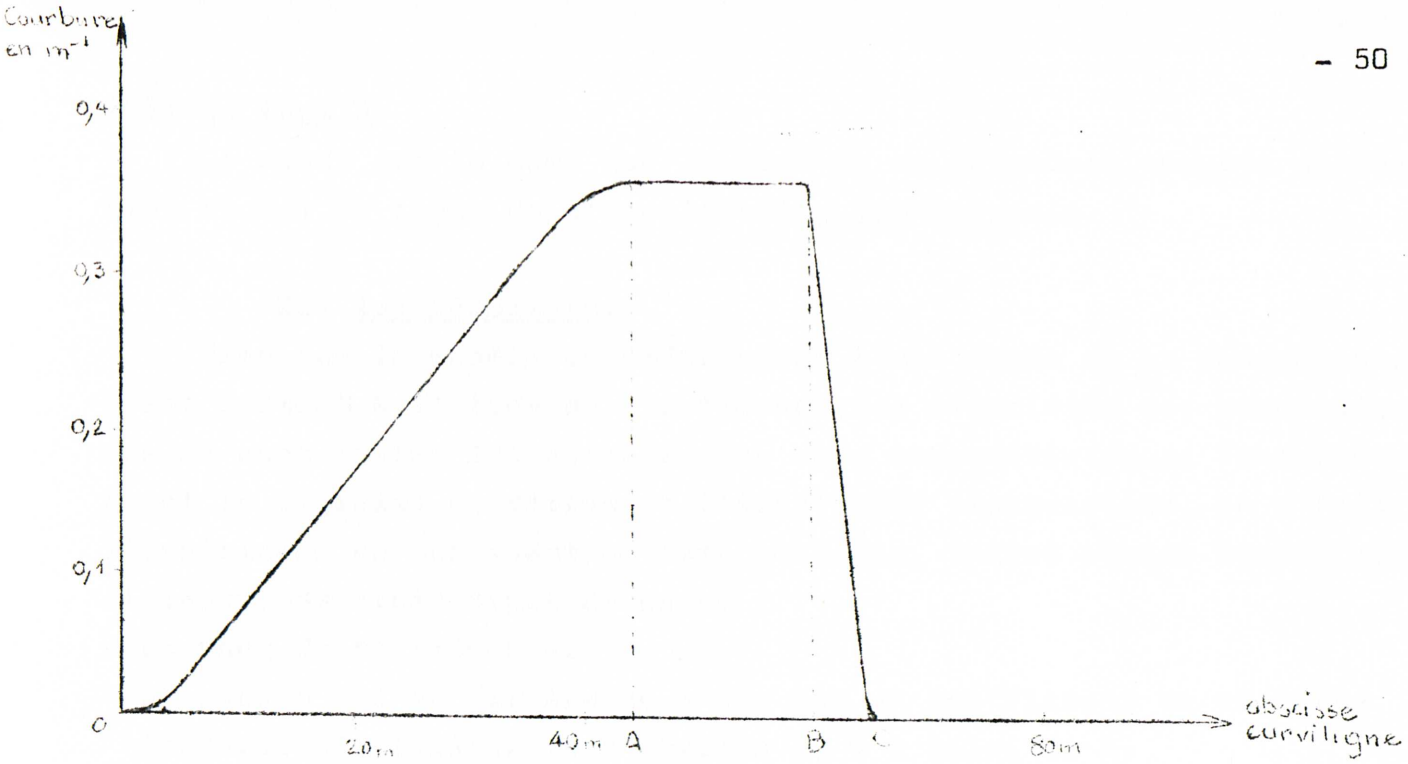
Ce test illustre les conséquences de l'élasticité latérale des pneumatiques.

2b2) Le test E.

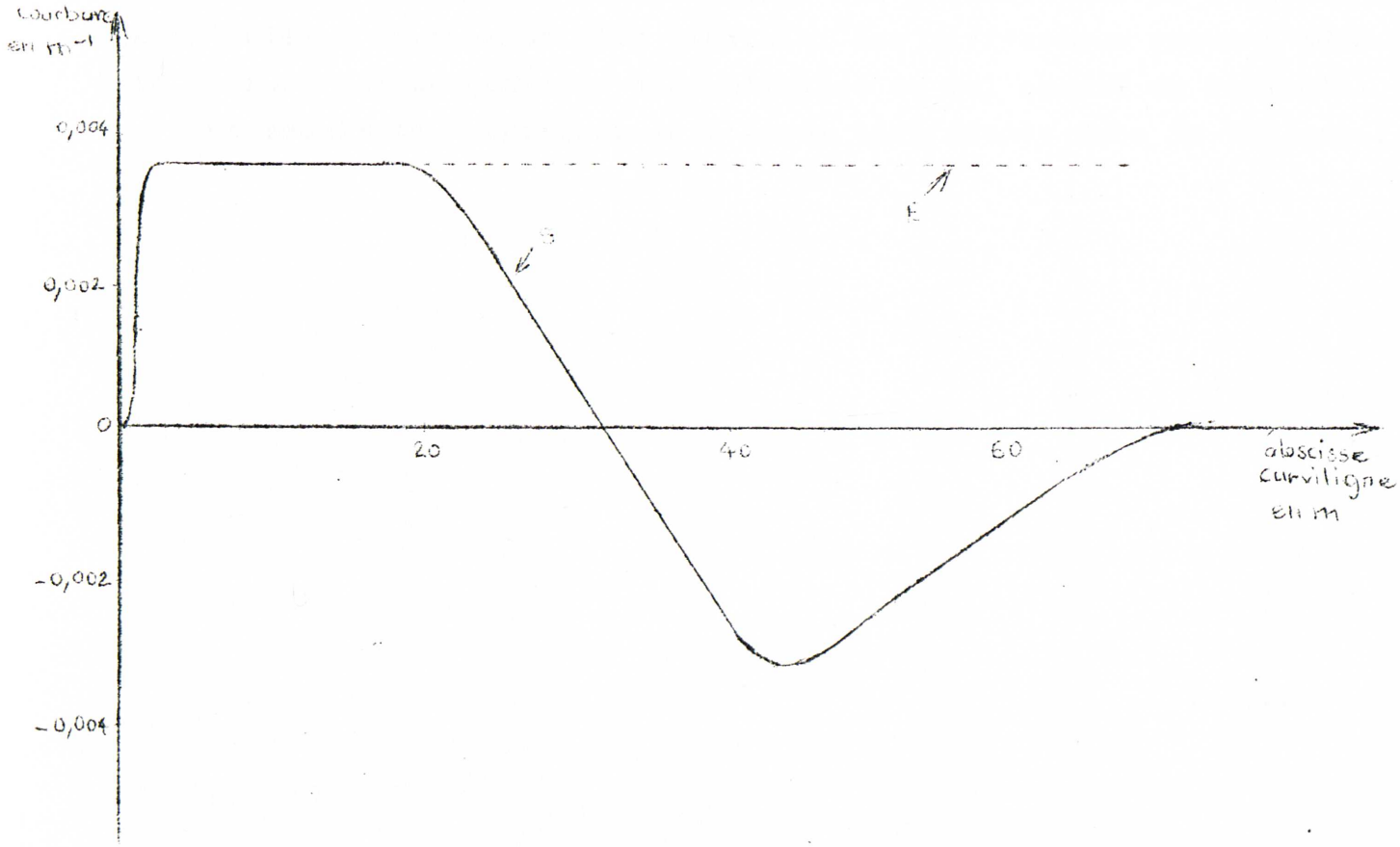
On passe, à 110 km/h, d'une trajectoire rectiligne à une trajectoire circulaire suivant le profil de la figure. Sur les 4 premiers mètres, l'accélération transversale passe de 0 à 0,3 g avec une vitesse de 2,25 g/sec.

Ce test illustre la rapidité de réponse globale du véhicule.

.../...



Profil de la trajectoire du test U



Profil des trajectoires des tests E et S.

2b3) Le test S.

Le début est le même que le test E; on introduit ensuite un changement brutal de signe de l'accélération transversale.

2c) les résultats.

Bien que le modèle se prête aussi à une étude de la suspension, c'est surtout à l'étude de l'influence des propriétés des pneumatiques que se sont livrés les auteurs. Les deux caractéristiques fondamentales étant la rigidité de dérive et l'élasticité transversale, on a fait l'expérience en munissant un même véhicule, toutes choses égales par ailleurs, de trois types de pneus :

- un pneu de référence A.
- un pneu B qui ne diffère de A que par un coefficient de rigidité transversale supérieure d'environ 30 % à celui de A.
- un pneu C dont la rigidité de dérive est supérieure d'environ 10% à celle de A.

Il est à noter que ces différences sont relativement modestes et se trouvent effectivement dans la gamme des pneumatiques du commerce susceptibles d'équiper un même véhicule; ces différences peuvent même être accrues par un gonflage dissymétrique ou mal adapté au véhicule.

Les résultats numériques de l'étude sont donnés dans le tableau :

.../...

Critère	Test	Valeur numérique pour le pneu de référence A	Valeurs relatives à A		
			Pneu A	Pneu B	Pneu C
angle de sous-virage (deg)	E	1,29	100	104	111
corrections de braquage (deg)	U	3,00	100	111,1	130,4
	E	3,50	100	102,9	125,0
	S	1,10	100	116,6	147,2
amortissement	U	2,32	100	122,0	94,4
	E	0,77	100	111,7	110,4
	S	0,94	100	115,7	100,6
nombre d'oscillations	U	14	100	122,8	83,3
	E	34	100	112,0	99,7
	S	33	100	116,2	90,8
précision de tenue de cap (deg^{-1})	U	0,35	100	100	142,9
	E	0,25	100	104	124
	S	0,25	100	104	124
sensation de stabilité (sec/deg)	U	0,09	100	118,1	111,3
	E	0,08	100	105,1	111,6
	S	0,07	100	105,6	118,3
déphasage de la réponse (sec^{-1})	U	8,35	100	102,3	117,7
	E	4,73	100	100,6	112,3
	S	5,66	100	101,1	111,0
Réaction latérale (deg)	U (avant)	8,41	100	102,2	124,5
	U (arrière)	6,64	100	104,1	124,0

3. <u>Conclusions</u>.

Les variations de tous les paramètres - à l'exception de ceux de l'amortissement, se font dans le même sens, ce qui est un bon signe de cohérence pour l'ensemble des paramètres retenus.

Les effets de la rigidité de dérive sont nettement plus importants que ceux de la rigidité transversale.

Bien que le modèle ait été construit pour tester surtout ces deux

.../...

paramètres, il se prête à l'étude de toutes les modifications apportées au véhicule. On pourrait sans doute y apporter quelques améliorations de détail, en faisant varier la vitesse notamment. Mais il semble que la précision obtenue soit largement suffisante par rapport aux inconnues du conducteur.

III

ASPECT EXPERIMENTAL

des ETUDES de STABILITE et de TENUE de ROUTE.

Les essais subjectifs.

Avant de lancer une voiture nouvelle sur le marché, les constructeurs lui font subir un certain nombre d'essais afin d'éviter au maximum que les nouveaux clients n'essuient les plâtres. La majorité de ces essais ont pour but de vérifier la fiabilité et l'endurance des pièces. Quelques essais concernent la tenue de route.

Des pilotes spécialisés ont pour tâche, sous la direction d'un ingénieur, de se faire une idée de la tenue de route du véhicule. Les essais n'ont pas de norme définie : on compte sur le jugement, affiné par l'expérience, des pilotes. On avait essayé d'être plus objectif au moyen des tests Pirelli (inspirés des procédures décrites en II) : on faisait suivre, à vitesse uniforme, une bande tracée sur le terrain et on mesurait les écarts en fonction de la vitesse; mais, outre les dangers de la manoeuvre, le coefficient personnel rendait les mesures peu significatives : le test permettait de classer deux voitures pilotées par le même conducteur, mais donnait des résultats incohérents si l'on changeait de pilote; pour ces raisons, il semble qu'on n'utilise plus en France ce test.

A la notion de stabilité de route correspondent les essais de tenue de cap : la voiture est lancée à grande vitesse sur ligne droite et on regarde si, à volant libre ou bloqué, elle conserve une trajectoire rectiligne.

A la notion de tenue de route correspondent les essais de comportement en virage. Ils se font sur pistes spéciales : chaque constructeur a les siennes propres, qu'il entoure du plus grand secret, et qui sont utilisées surtout pour les prototypes. Tous les constructeurs peuvent disposer de l'autodrome de Linas-Montlhéry, qui comprend un anneau de vitesse à virages relevés et un circuit routier d'environ 8 km où l'on trouve toute une gamme de virages et d'accidents géométriques qui permettent à un pilote entraîné d'avoir une idée satisfaisante des performances du véhicule dans des conditions qui sont en principe infiniment plus dures que celles de la circulation normale.

Enfin, mentionnons pour mémoire les essais de freinage, les seuls objectifs et qui doivent répondre à des normes définies par le Service des Mines.

.../...

En principe, tous ces tests sont de simples vérifications; parfois il peut en résulter des modifications de détail dans la conception du véhicule; le cas s'est produit notamment lorsque les constructeurs français, ont, tour à tour, adopté la traction avant.

Mesures des caractéristiques dynamiques du véhicule.

Les caractéristiques statiques sont principalement la répartition des masses du véhicule, les flexibilités et fréquences propres de la caisse.

Les caractéristiques dynamiques sont principalement celles des pneumatiques (cf annexe B). Elles peuvent se mesurer :

- soit sur banc à rouleaux; l'axe de rotation de la roue est alors fixe, ainsi que les appareils de mesure.
- soit sur route; on utilise alors une "cinquième roue", c'est-à-dire une remorque tirée par le véhicule.

Les mesures sur route présentent en général une différence faible, mais significative avec les mesures sur banc.

De plus ces mesures donnent toutes des valeurs de régime permanent; les valeurs de régime transitoire sont difficiles à obtenir (incompatibilité entre mouvement brutal et précision demandée); elles sont ou bien ignorées pour l'instant ou bien tenues très rigoureusement secrètes.

Eléments de réglage du comportement.

Montrons, de façon très sommaire et non exhaustive, comment on peut régler le comportement du véhicule :

1) comportement en régime permanent.

L'étude de la stabilité de route montre que le véhicule faiblement sous-vireur a le comportement le plus satisfaisant du point de vue de la convergence des mouvements de lacet et de roulis. On admet qu'un léger sous-virage est aussi optimal en courbe : il a l'avantage de permettre une conduite très naturelle en braquant dans le sens de la courbure voulue.

L'écart entre l'angle de braquage β et l'angle d'Ackermann $\beta_o = \frac{E}{R}$ est dû :

aux dérives α_1 et α_2

aux braquages γ_1 et γ_2 induits par les variations de géométrie (surtout le roulis).

.../...

$$\beta + \alpha_2 + \zeta_2 - \alpha_1 - \zeta_1 = \beta_0$$

La condition de sous-virage est : $\beta > \beta_0$. Notons que les α_i et les ζ_i <u>dépendent de la charge et des efforts transversaux</u> appliqués au véhicule : <u>une voiture sous-vireuse en ligne droite ne l'est pas forcément en courbe.</u>

Les règlages possibles sont :

1a) <u>réglages de la dérive à</u> deux niveaux :

1a1) au niveau du pneu : dimension et type du pneu, largeur de jante, pression de gonflage, etc...

1a2) au niveau du véhicule : la dérive d'un essieu dépend des transferts de charge d'une roue sur l'autre, que l'on peut modifier en changeant la hauteur des centres de roulis ou plus simplement en modifiant la raideur des éléments anti-roulis.

1b) <u>réglage des braquages induits</u>.

La géométrie de l'essieu arrière est fixée une fois pour toutes au niveau du projet et difficilement modifiable par la suite; par contre la géométrie du pivot de direction se prête plus facilement à une modification de la fonction $\zeta(\psi)$.

2) <u>Comportement en régime transitoire</u>.

Il s'agit principalement de l'entrée en virage et de la sortie de virage.

2a) <u>entrée en courbe</u>.

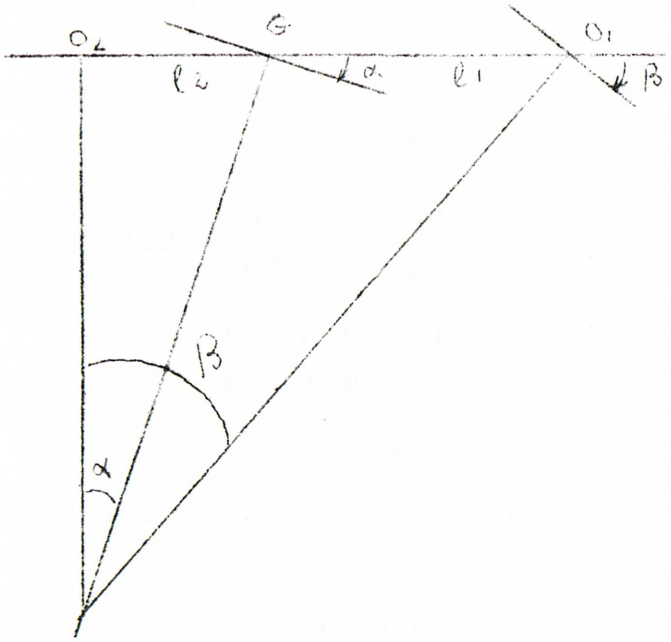
Si ω est la vitesse de braquage, les forces d'inertie se décomposent en :

- forces primaires : celles qui correspondent au virage à courbure constante $R_{(t)}$. (cf.partie I).
- forces secondaires : celles qui correspondent à la variation de $R_{(t)}$.

Calcul des forces d'inertie secondaires à roulis bloqué.

///§

.../...



$$\beta = \frac{E}{R}$$

$$\alpha = \frac{l_2}{R}$$

$$\gamma_T = \frac{V^2}{R} = V^2 \frac{d\alpha}{ds} = V \frac{d\alpha}{dt}$$

où $d\alpha = d\alpha_1 + d\alpha_2$

$$\gamma_T = V \frac{d\alpha_1}{dt} + V \frac{d\alpha_2}{dt} = \gamma_0 + \gamma$$

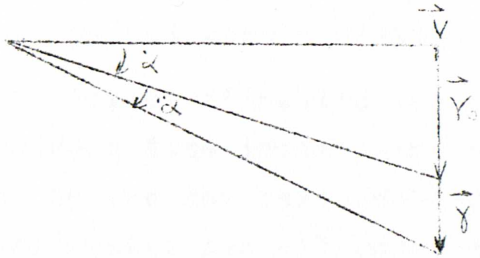
La force d'inertie secondaire vient de γ

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{l_2}{E} \frac{d\beta}{dt} = \frac{l_2 \omega}{E}$$

$$\Gamma_I = -M\gamma = -M \frac{l_2}{E} \omega V$$

Le couple d'inertie secondaire appliqué en G vaut :

$$\ddot{\alpha} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\gamma}{V}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{V}{R}\right) = -\frac{V\dot{R}}{R^2}$$



$$\beta R = C^{te} \Rightarrow \dot{\beta} R + \dot{R}\beta = 0$$

$$\dot{R} = -\frac{\omega R^2}{E}$$

d'où $\ddot{\alpha} = \frac{\omega V}{E}$; $\Gamma_I = -M l^2 \frac{\omega V}{E}$

.../...

Les forces d'inertie secondaires sur chaque essieu sont :

<u>à l'avant</u> : $F_1 = -\frac{M}{E^2}\left(l_2^2+\rho^2\right)\omega V$.

<u>à l'arrière</u> : $F_2 = -\frac{M}{E^2}\left(l_1 l_2-\rho^2\right)\omega V$.

A l'amorce du virage, la force d'inertie primaire est nulle; le signe de F_2 dépend de $l_1 l_2$ et ρ.

Si $l_1 l_2 > \rho^2$, F_2 a le même signe de F_1, et ce signe est celui de la force primaire qui se crée.

Si $l_1 l_2 < \rho^2$, F_2 a le signe contraire de la force primaire. Dans ce cas, il y a un moment au début de l'entrée en courbe où les sollicitations de l'essieu arrière changent de signe; les jeux et les élasticités de l'essieu arrière se tournent alors de l'intérieur du virage vers l'extérieur, et il en résulte un flottement sur l'arrière et une imprécision sur la trajectoire.

Pour éviter cela, on s'efforce de réaliser : $l_1 l_2 > \rho^2$.
ce qui conduit à des empattements relativement grands et à un ragroupement des masses à l'intérieur de l'empattement.

<u>Remarques</u>.

1) Cette disposition va dans le sens contraire de la condition $l_1 l_2 = \rho'^2$ qui résulte du découplage du pompage et du tangage. Il y a une optimisation à faire qui n'est pas la même sur les véhicules de compétition, où le souci de performance est prédominant, et sur les véhicules de tourisme où le confort n'est pas négligé.

2) Cette disposition, qui conduit à diminuer la valeur de ρ, accroît la sécurité en diminuant la force d'inertie secondaire qui agit sur l'essieu avant, ce qui recule d'autant la limite d'adhérence de l'essieu avant.

3) Les forces d'inertie secondaires sont négligeables sur l'essieu arrière et peuvent être importantes sur l'essieu avant. Il en résulte que, du point de vue des performances limites, une propulsion arrière est, toutes choses égales par ailleurs, mieux équilibrée qu'une propulsion avant.

.../...

Pour les voitures de tourisme où, pour des conditions de commodité et de sécurité, la traction avant se généralise, la condition posée conduit à de grands empattements et à placer le moteur en arrière de l'essieu avant.

4) Le calcul précédent a été fait à roulis bloqué; l'introduction du roulis ajoute une force d'inertie secondaire qui, suivant la position du centre de roulis arrière, peut ou non avoir le même sens que la force d'inertie primaire. Il en résulte une condition géométrique supplémentaire.

2b) Sortie de courbe

2b1). comportement sous-vireur et sur-vireur.

La figure 1 montre les actions de braquages nécessaires à la négociation d'un virage par un véhicule sous-vireur et un sur-vireur.

On constate que le comportement sous-vireur est naturel : il conduit à braquer dans le sens du virage à prendre et à contre-braquer pour en sortir.

.../...

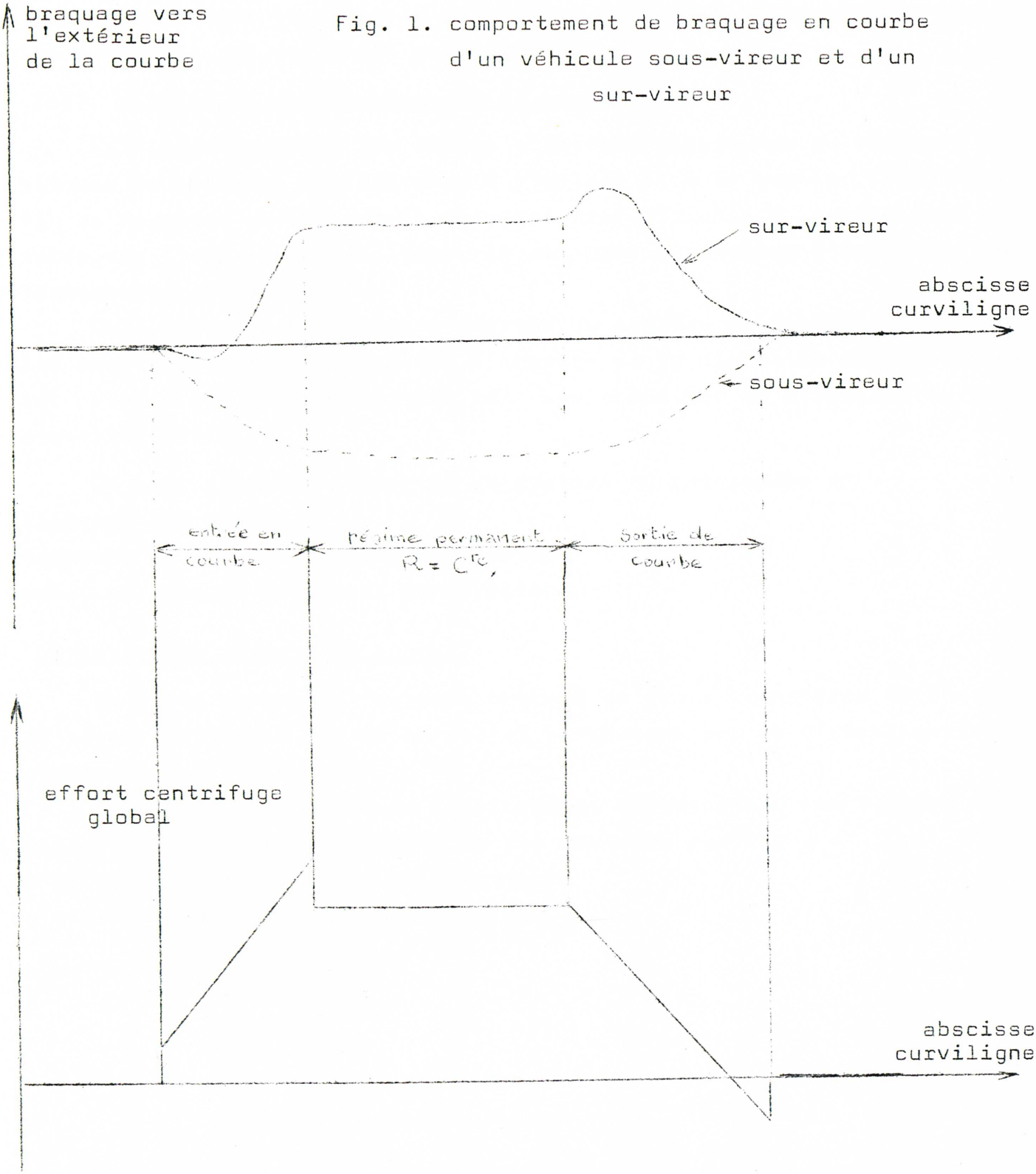


Fig. 1. comportement de braquage en courbe d'un véhicule sous-vireur et d'un sur-vireur

Fig. 2 comportement d'un véhicule à vitesse de braquage uniforme à l'entrée et la sortie de courbe.

.../...

Au contraire le véhicule sur-vireur conduit à contrebraquer en régime permanent, ce qui n'est pas spontané.

2b2). vitesse de contre braquage du sous-vireur.

La figure 2 montre les forces d'inertie appliquées au véhicule si la vitesse de braquage est uniforme à l'entrée et à la sortie; on constate en fin de parcours un changement de signe préjudiciable à la précision de la manoeuvre (jeux et élasticités). Il est donc nécessaire d'appliquer un contrebraquage progressif.

Cela pose des problèmes d'inertie du système de direction; la progressivité sera d'autant meilleure que l'inertie de la direction sera plus faible Il est notable que cette condition soit une condition de stabilité du système de direction (cf.I.).

On peut diminuer l'inertie du système en particulier en :
- allégeant les pièces
- réduisant le rapport de démultiplication
- posant un ressort de rappel de direction.

2c. variation de vitesse en courbe.

Un grand nombre de facteurs entrent en jeu : transferts de charge entre roues; influence des décharges et surcharges sur la dérive; variations de géométrie des roues, etc...

En moyenne, et pour une accélération transversale non voisine de la limite d'adhérence, la résultante de ces facteurs associe :
- un effet sous-vireur à une accélération.
- un effet sur-vireur à une décélération.

CONCLUSIONS

Les études de mécanique automobile sont aujourd'hui assez avancées, et on dispose de modèles, perfectionnables certes, mais représentant de façon satisfaisante le comportement du véhicule et permettant le réglage de ce comportement; la mise au point des véhicules de compétition en est une preuve.

En matière de sécurité, la stabilité de route d'un véhicule est à exiger, et on peut apprécier la tenue de route au moyen d'un certain nombre de paramètres mesurables et sur lesquels des conditions pourraient éventuellement être posées; mais les valeurs optimales de ces paramètres ne peuvent être définies qu'en fonction de la route et du conducteur. Il n'est pas douteux que c'est sur le conducteur que doit porter maintenant l'effort de recherche.

Terminons sur trois remarques :

1) il est probable que la tenue de route n'est pas actuellement un aspect essentiel de la sécurité; pour être plus précis, nous pensons qu'il est peu probable que des véhicules qui seraient, sur les points précédemment étudiés, meilleurs techniquement que les véhicules actuels, diminueraient notablement le bilan des accidents de la route; remarquons toutefois que, sur une statistique des morts par accidents de la route faite en 1956, 50 % aux USA et 40 % en Angleterre provenaient d'accidents à un seul véhicule.

2) si les vitesses des voitures de tourisme continuent à s'élever, les problèmes de tenue de route risquent de voir leur importance s'accroître considérablement; nous avons vu que ces problèmes ne sont pas tous résolus; il n'était donc pas mauvais de se les poser maintenant, pour avoir le temps d'y réfléchir et de mettre en oeuvre les recherches nécessaires avant que ces problèmes ne se posent plus concrètement.

3) enfin, insistons encore sur le fait que la tenue de route est une qualité liée non au seul véhicule, mais à l'ensemble véhicule-conducteur route. Cet ensemble, qui apparaît dès l'analyse du problème, se retrouvera nécessairement pour l'étude des solutions: l'amélioration de la tenue de route se fera en jouant sur les trois éléments, et il semble probable que le véhicule n'est pas l'élément sur lequel il y aura le plus à faire.

Annexe A.

Elaboration et traitement des modèles mathématiques

Introduction à l'étude des modèles utilisés.

Faire un modèle mathématique, c'est caractériser le phénomène étudié par un certain nombre de paramètres, et poser les équations qui permettent de déterminer ces paramètres. La première tâche, et la plus délicate, est donc de faire une abstraction : retenir n paramètres, c'est d'abord négliger tout le reste, et pour faire cela en toute rigueur il faudrait avoir déjà résolu le problème. Sur une structure aussi complexe que celle de l'automobile, dans laquelle interfèrent un grand nombre de connexions qui dépendent plus ou moins du roulement, c'est un travail très difficile; la preuve en est qu'il a fallu un très long temps pour que l'on prenne en considération des paramètres dont l'importance est jugée maintenant essentielle (élasticité de la colonne de direction par exemple) et que même actuellement les gens ne sont pas d'accord sur l'importance à donner à certains paramètres (ballant des pneumatiques par exemple).

On s'accorde pour schématiser une automobile par un ensemble de solides indéformables liés entre eux et à la route par des organes élastiques et amortissants. Les solides retenus sont :

1. le cadre rigide sur lequel sont fixées :
2. les roues
3. la caisse, ou partie suspendue du véhicule, dans laquelle on place les organes du mouvement : moteur, transmissions, etc...

Dans la pratique, la distinction entre 1 et 3 n'est pas toujours aussi nette. Le cadre classique est un ensemble de deux longerons réunis par un nombre variable de traverses et sur lequel sont en général boulonnées les autres pièces du véhicule. On a vu apparaître des châssis monocoques (ex. traction avant Citroën) où la caisse est soudée à un cadre conçu pour épouser sa forme. En tout cas, nous supposerons toujours que l'essentiel de la masse du véhicule est dans la partie dite suspendue, le reste pouvant parfois se réduire aux seules roues.

.../...

Les organes élastiques sont :

1) les principaux :

- les pneumatiques (cf. annexe B).
- la suspension est schématiquement un ensemble de quatre ressorts situés au niveau des roues, aux points où la caisse se fixe sur le cadre. Nous admettrons que ces ressorts n'ont d'élasticité que dans une direction perpendiculaire au plan de roulement (en général verticale) et son rigides dans toute direction du plan de roulement.

2) les secondaires:

Ces organes ne se trouvent que sur les véhicules de technique évoluée et pouvant atteindre de grandes vitesses. Ils ont été introduits pour améliorer la stabilité; leurs effets sont correcteurs de ceux des liaisons principales, et on n'en tient compte que pour des modèles élaborés. Citons les barres anti-roulis, les correcteurs de braquage des roues en fonction de la vitesse, etc...

3) la colonne de direction.

On désigne ainsi l'ensemble des organes qui transmettent les mouvements du volant aux roues avant. Le schéma classique le plus simple est la direction à crémaillère : l'axe du volant engrène directement sur une tige liée aux roues. Dans des schémas plus complexes, on améliore la démultiplication et on introduit la commande assistée.

Une colonne de direction est toujours caractérisée par :

- une élasticité importante (longueur de l'arbre travaillant en torsion).
- une grande importance des frottements solides, notamment au niveau des engrenages.

Les facteurs d'amortissement sont :

- les amortisseurs (en général hydrauliques),
- tous les frottements internes,
- la dérive des pneumatiques.

Pour étudier le mouvement du système ainsi défini, on utilise la méthode des paramètres de Lagrange, que nous rappellerons très brièvement.

.../...

Les paramètres de Lagrange.

1. Les paramètres.

Un ensemble de n solides indéformables dépend de $6n$ paramètres au plus, les liaisons pouvant réduire ce nombre à N paramètres indépendants notés q_i.

2. les équations.

En renvoyant à un cours de mécanique rationnelle pour la démonstration, nous admettrons que l'équation fondamentale de la mécanique est équivalente à :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial C}{\partial q_i} = F_{d_i} + R_i \qquad i = 1,2,\ldots. N.$$

$$f_k(q_i, t) = 0 \qquad \text{liaisons holonomes}$$

$$a_{ki}\,\dot{q}_i + a_{k(t)} = 0 \text{ liaisons non holonomes}$$

où l'on a :

C : énergie cinétique du système mécanique

F_{di} : composante de l'ensemble des forces données suivant le paramètre q_i, définie par la méthode des travaux virtuels.

Pour ce qui nous occupe F_{di}, se décompose en deux termes :

- les forces données extérieures au système : force motrice, réactions de la route et de l'atmosphère,
- les forces données intérieures au système, dues aux liaisons élastiques et amortissantes

R_i : composante de l'ensemble des réactions suivant q_i.

3. Résolution du système à k degrés de liberté.

Dans le cas où toutes les liaisons sont parfaites et holonomes, on peut se servir des équations de liaisons pour éliminer autant de paramètre qu'il y a d'équations de liaisons. Le système est alors défini par k paramètres indépendants, appelés degrés de liberté, et le système d'équations se réduit à :

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial C}{\partial q_j} = F_d} \qquad j = 1,2\ldots k.$$

C'est le système que l'on écrit directement pour les modèles simples, ceux où les degrés de liberté sont en évidence. .../...

L'équilibre relatif. Linéarisation autour de l'équilibre.

1. L'équilibre relatif.

Supposons que le champ des forces extérieures données soit uniforme et indépendant du temps. Il existe alors un repère relatif pour lequel le champ des forces extérieures est nul; le mouvement de ce repère est défini par :

$$M \vec{\gamma}_o = \sum_i \vec{F}_{d_i}$$

$$\bar{\bar{I}} \vec{\omega}_o'' = \sum_i \vec{C}_i .$$

Dans ce repère, les seules forces données sont les forces dues aux liaisons élastiques. Nous ferons l'hypothèse que ces forces sont des fonctions analytiques des paramètres de Lagrange q_j du système, ainsi qu'éventuellement de leurs dérivées. Le système de Lagrange s'écrit :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_j(q_j, \dot{q}_j). \qquad j = 1,2, - k.$$

Si l'on pose la condition que tous les $\dot{q}_j$ et $\ddot{q}_j$ soient nuls, le système différentiel de Lagrange devient un système d'équations ordinaires en q_j. Nous pouvons présumer que ce système a un ensemble unique de solutions q_j^* qui définit l'équilibre relatif du véhicule dans le repère considéré.

Cet équilibre est "relatif" à un double point de vue :

1) Le repère considéré n'est pas un repère absolu; il peut ne pas être animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

2) Dans ce repère, les dérivées $\dot{q}_j$ et $\ddot{q}_j$ des paramètres de Lagrange retenus sont nulles par définition de l'équilibre. Mais les dérivées temporelles de <u>tous</u> les paramètres du véhicule ne sont pas nulles : le problème précédent n'a de sens physique que si le moteur et les roues tournent! On a montré (cf cours de mécanique rationnelle de Roy) qu'une définition de l'équilibre global était compatible avec certains mouvements à l'intérieur du système, pourvu que ces mouvements soient périodiques et portent sur des masses relativement faibles.

En résumé, l'équilibre relatif du véhicule est un régime permanent où le centre de gravité a une vitesse constante V, l'angle de braquage des roues est constant (et nul en général) et le mouvement des organes est périodique.

.../...

2. Petits mouvements au voisinage de l'équilibre.

Si les conditions de l'équilibre quant aux forces extérieures sont remplies et si l'état initial du système est l'état d'équilibre, le système restera en équilibre au cours du temps.

En fait, le système des forces extérieures n'est jamais uniforme : d'une part le tracé de la route varie, d'autre part il y a des fluctuations aléatoires (irrégularités de l'atmosphère, de l'état de surface de la route, etc...). Si l'on ne prend en compte que les seules fluctuations, il s'agit de savoir si le système va rester dans un certain voisinage de l'équilibre, ou si au contraire l'excitation va être entretenue et causer un mouvement divergent.

L'étude se mène classiquement de la façon suivante : on prend comme origine l'état d'équilibre S* du système, c'est-à-dire que l'on pose $q^*_j = 0$. On linéarise le système des équations de Lagrange : chacun des termes étant supposé fonction analytique des qj, on fait un développement limité au 1er ordre en qj, $\dot{q}j$, $\ddot{q}j$. On a alors, dans tous les cas de figure, un système différentiel du second ordre linéaire et à coefficients constants.

3. Linéarisation.

On part de : $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}_\gamma}\right) - \frac{\partial C}{\partial q_\gamma} = Q_\gamma$

où : $C = \sum_{ij} A_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$ (les A_{ij} pouvant être fonction des q_k).

$Q_j = Q_j (q_i, \dot{q}_i)$.

Le développement de Q_j s'écrit :

$$-Q_j = \sum_i a^i_j \dot{q}_i + \sum_i b^i_j q_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}_i}\right) = \sum_\gamma A_{ij} \ddot{q}_j$$

$$\frac{\partial C}{\partial q_i} = \sum \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_i} \dot{q}_i q_j$$ est nul au 1er ordre.

.../...

Le système linéarisé s'écrit donc :

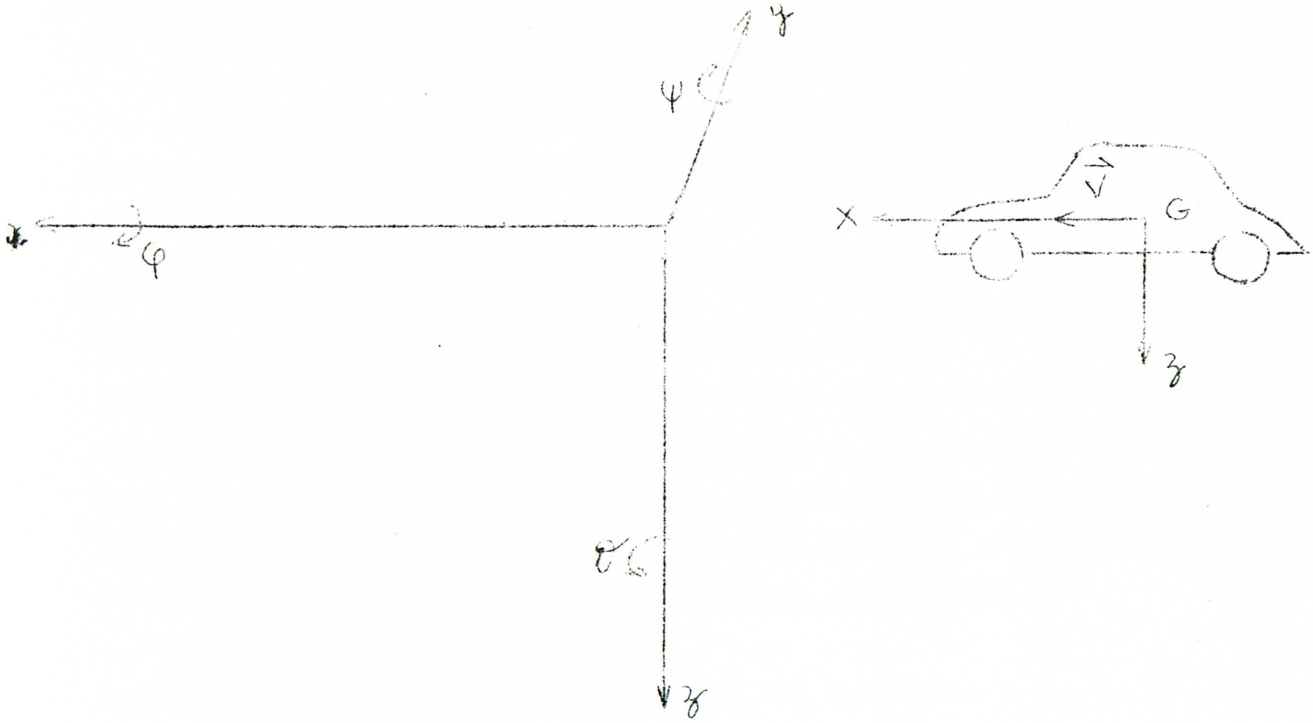
$$\boxed{\sum_j A_{ij}\,\ddot{q}_j + \sum_j a_i^j\,\dot{q}_j + \sum_j b_i^j\,q_j = 0} \quad \begin{cases} i = 1,2,\ldots k \\ j = 1,2,\ldots k. \end{cases}$$

C'est sur ce système linéarisé que nous allons travailler.

<u>Remarque</u>.

L'hypothèse faite selon laquelle Q_j est fonction analytique des q_j et $\dot{q}_j$ exclut un type de forces : les forces de friction coulombienne, ou <u>frottement solide-solide</u>. Si l'on cherche à introduire ces forces, la méthode précédente n'est plus valable, et d'ailleurs le système cesse d'être discutable algébriquement. Notons que d'une part les forces de frottement solide n'ont pas en général une valeur bien grande à cause de la lubrification que l'on introduit presque partout où deux solides en contact peuvent avoir un mouvement relatif, d'autre part ce sont des forces évidemment stabilisatrices. Le domaine de stabilité défini par un modèle où l'on néglige les forces de frottement est donc contenu dans le domaine réel de stabilité.

.../...



Dynamique longitudinale et dynamique transversale.

x est appelé	paramètre	d'avance		
y	"	"	ballant	
z	"	"	rebondissement	(pompage)
	"	"	braquage	(lacet)
	"	"	dévers	(roulis)
	"	"	galop	(tangage).

Les noms entre parenthèses sont utilisés pour les mouvements périodiques des paramètres considérés.

<u>Dynamique longitudinale et dynamique transversale</u>.

Soit G_o. xyz le repère de l'équilibre relatif. On considère un repère G.XYZ lié au centre de gravité du véhicule et qui se confond avec G_o.xyz quand le véhicule est à l'équilibre (cf figure).

Les écarts de la trajectoire réelle avec la trajectoire théorique se mesurent exclusivement sur les paramètres y θ φ .

.../...

Dans le cas général, les six paramètres xyz $\theta\ \varphi\ \psi$ sont couplés entre eux; cela signifie que l'équation de Lagrange du paramètre x :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial C}{\partial \dot{x}}\right) - \left(\frac{\partial C}{x}\right) = \varphi_x.$$

contient explicitement les six paramètres. Si au contraire cette équation ne contenait pas y par exemple, on dirait que x et y sont découplés. Un cas particulier important est celui où le plan (x,z) est <u>plan médian de symétrie pour les masses et les élasticités du véhicule</u>. M. A. Julien a montré qu'alors les six équations de Lagrange se groupent en <u>deux systèmes indépendants</u> :

- le système des variables du plan de symétrie : x, z, ψ, appelé système de la <u>dynamique longitudinale</u>.

Ces trois paramètres sont couplés entre eux et découplés des trois autres; ils n'interviennent pas dans l'étude de la stabilité de route (exception faite du couplage z, ψ qui a des conséquences importantes pour le confort du véhicule).

- le système des variables y, θ, φ, dit de la <u>dynamique transversale</u>.

L'hypothèse du plan médian de symétrie pour les masses et les élasticités est admissible avec une très bonne précision pour un véhicule sans charge. Nous négligerons les éventuelles dissymétries apportées par la charge, et nous nous bornerons donc à écrire dans la suite le système de la dynamique transversale.

<u>Résolution du système de l'équilibre relatif</u>.

Nous avons vu que le système s'écrivait :

$$\sum_j A_{ij}\ \ddot{q}_j + \sum_j a_i^j\ \dot{q}_j + \sum_j b_i^j\ q_j = 0 \qquad (1)$$

Ce système admet la solution banale $q_j = \dot{q}_j = \ddot{q}_j = 0$, qui correspond à l'équilibre relatif dont nous sommes partis. Il admet aussi un ensemble de solutions non nulles qui donnent les mouvement propres du système, c'est-à-dire les mouvements dus aux seules forces intérieures (ou inhérentes) au système.

.../...

Les mouvements propres sont de la forme : $q_j = B_j . e^{pt}$. (2)

En remplaçant q_j et ses dérivées par leurs expressions dérivées de (2), le système (1) devient :

$$\left[\sum_j A_{ij} B_j p^2 + \sum_j a^d B_j p + \sum_j b_i^j B_j \right] e^{pt} = 0 \quad (3)$$

Simplifié par e^{pt}, le système (3) est un système ordinaire de k équations aux k inconnues B_j ; il admet la solution banale $B_j = o$; pour qu'il admette une solution non nulle - et alors il y en aura une infinité - il faut que le déterminant du système soit nul.

Ce déterminant se présente comme une équation en p dont le degré est en général 2k. Les racines p_i correspondent aux modes propres du système mécanique; tout mouvement propre est une combinaison linéaire des pulsations propres.

Les pulsations propres s'écrivent :
$X_i = e^{p_i t} = e^{Rp_i t}$ (Cos $Jp_i t$ + i $\sin$ $Jp_i t$).

Les mouvements correspondants sont très différents suivant le signe de Rp_i.

Si $Rp_i > 0$, l'exponentielle augmente indéfiniment avec le temps, et le mouvement est ossillatoire divergent.

Si $Rp_i < 0$, l'exponentielle tend vers 0, le mouvement est oscillatoire amorti.

<u>Conditions de stabilité de Routh.</u>

Si l'une des racines de l'équation en p a sa partie réelle positive, un des modes propres est divergent, et cela correspond à une instabilité mécanique de l'équilibre considéré.

.../...

La stabilité de l'équilibre exige donc que toutes les racines aient leur partie réelle négative, ce qui se traduit par des conditions sur les coefficients de l'équation en p.

Notons l'équation en p :

$$a\,p^2 + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1}\,p + a_n = 0$$

Rangeons les coefficients sur deux lignes comme suit :

$a_o \quad a_2 \quad a_4 \dots\dots\dots \quad a_{2j}$

$a_1 \quad a_3 \quad a_5 \dots\dots\dots\dots \quad a_{2j+1}$

Ecrivons au-dessous une ligne de termes définis par :

$$b_o = a_2 - \frac{a_o a_3}{a_1} \qquad b_2 = a_4 - \frac{a_o\, a_5}{a_1} \quad \dots \quad b_{2j} = a_{2j} + 2 - \frac{a_o\, a_{2j+3}}{a_1}$$

La ligne des b ainsi définis comprend au moins un élément de moins que la ligne des a_{2j}, et on a le tableau :

$a_o \quad a_2 \quad a_4 \dots\dots$
$a \quad a_3 \quad a_5 \dots\dots$
$b_o \quad b_2 \quad b_4 \dots\dots$

A l'aide des deux dernières lignes du tableau, définissons alors :

$$b_1 = a_3 - \frac{a_1\, b_2}{b_o} \qquad b3 = a_5 - \frac{a_1\, b_4}{b_o} \dots\dots$$

On répète cette opération jusqu'à ce que, le nombre d'éléments de chaque ligne diminuant d'au moins un élément toutes les deux lignes, on arrive à une ligne à un seul élément.

Les conditions de stabilité de Routh s'écrivent :

<u>1ère condition</u> : tous les al positifs

<u>2ème condition</u> : tous les termes de la première colonne du tableau formé (a_o, a_1, b_o, b_1, etc...) positifs.

Parmi toutes les conditions équivalentes qui traduisent le même critère de stabilité, les conditions de Routh sont les plus pratiques à employer.

.../...

Etude du mouvement causé par une perturbation.

I. Système où k = 1.

Dans le cas où le système se réduit à une équation différentielle linéaire à une seule variable, la transformation de Laplace permet de calculer simplement l'influence de certaines perturbations sur un système initialement en équilibre.

Soit l'équation : $a_2 \ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_o x = 0$ pour $t \leqslant 0$.

A l'instant t = 0, on introduit une perturbation $f(t)$. L'équation d'évolution du système est :

$$a_2 \ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_o x = f(t) \qquad (1)$$

On multiplie les deux membres de cette équation par e^{pt} et on intègre entre t = 0 et t = .

$$\int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t)\, dt = F(p).$$

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \ddot{x}\, dt = \left[e^{-pt} \dot{x} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} (-p)\, e^{-pt} \dot{x}\, dt.$$

$$= - \dot{x}_{(o)} + p \int_0^{\infty} e^{-pt} \dot{x}\, dt.$$

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \dot{x}\, dt = - x(o) + p \int_0^{\infty} e^{pt} x\, dt.$$

On pose $X = \int_0^{\infty} e^{-pt} x\, dt$. La transformée de Laplace de l'équation (1) s'écrit :

$$a_2 (-\dot{x}_{(o)} - p x_{(o)}) - a_1 x_{(o)} + X (a_2 p^2 + a_1 p + a_o) = F(p) \qquad (2)$$

soit :

$$\boxed{X = \frac{F_{(p)} + G_{(p)}}{a_2 p^2 + a_1 p + a_o}} \qquad (3)$$

où : $F_{(p)}$ est la transformée de Laplace de la perturbation.

$G_{(p)} = a_2 x_o + a_1 x_o + p a_2 x_o$ correspond aux conditions initiales.

.../...

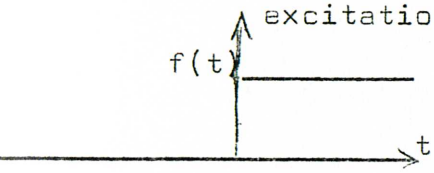
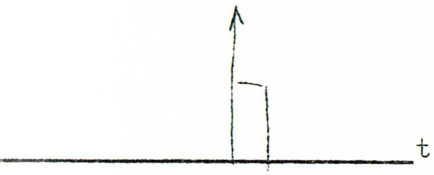
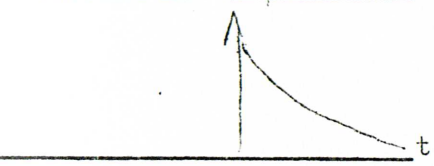
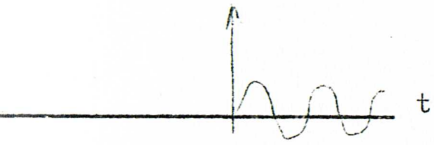
(3) est une équation intégrale qui permet, dans certains cas simples de $F_{(p)} + G_{(p)}$, de calculer la fonction $x(t)$.

En effet, l'équation :

$$X = \frac{1}{p-p_k}$$

a pour solution $e^{p_k t}$, comme on le voit directement; chaque fois que le second membre de (3) est décomposable en éléments simples, les solutions peuvent s'écrire directement comme combinaisons linéaires de termes de la forme e^{pkt}.

Les formules usuelles de perturbations se prêtent à un tel calcul, comme le montre le tableau :

excitation	f(t).	F (p)
	$E \ (o < t < \infty)$	$\int_0^\infty E.e^{-pt}\,dt = \frac{E}{p}$
	$\begin{cases} E & (o < t < \tau) \\ 0 & (t > \tau) \end{cases}$	$\int_0^\infty E.e^{-pt}\,dt \simeq E\tau$ (si τ petit)
	$E.e^{-\alpha t}$	$E\int_0^\infty e^{-\alpha t} e^{-pt}\,dt = \frac{E}{p+\alpha}$.
	$E \sin \omega t$	$E\int_0^\infty \sin\ t\ e^{-pt}\,dt = \frac{E}{p^2+\omega^2}$.

II - Système ou $k \geqslant 1$.

La méthode précédente s'applique dans son principe : on travaille sur un espace vectoriel à k dimensions au lieu de travailler sur un espace à une seule dimension.

Si on applique à chacune des équations la transformation de Laplace, le système s'écrira :

.../...

$$\boxed{\overline{\overline{M}}_{(p)}\ \vec{V}_{(p)} + \vec{V}_{o(p)} = \vec{F}_{(p)}.}$$

En supposant que la matrice $\overline{\overline{M}}_{(p)}$ (matrice des coefficients transformés) est inversible, on a :

$$\boxed{\vec{V}_{(p)} = \overline{\overline{M}}^{-1}_{(p)}.\ (\vec{F}_{(p)} - \vec{V}_{o(p)}).}$$

et on est ramené à la discussion d'équations du type précédent.

Annexe B.

Le pneumatique.

Les propriétés fondamentales du pneumatique peuvent se classer en deux catégories :

1) L'adhérence. La roue doit rouler sans glissement sur le sol en assurant la transmission de certaines forces. L'adhérence est une propriété générale des matériaux, mais la déformabilité très grande du caoutchouc entraîne quelques différences entre une roue à bandage pneumatique et une roue à bandage métallique par exemple.

2) L'élasticité. C'est cette propriété qui a fait adopter le bandage pneumatique, parce qu'elle permet d'effacer pour le passager les petites irrégularités de la route et d'avoir une usure assez faible.
Or, le pneu est élastique non seulement dans le sens vertical, mais aussi dans toutes les directions : il en résulte certains inconvénients pour la stabilité du véhicule. Eu égard à toutes les qualités - parfois contradictoires - que l'on est amené à demander au pneumatique, tout pneu particulier est un compromis. Il n'est question ici ni de donner des indications sur la fabrication des pneus, ni de porter des jugements de valeur sur les compromis effectivement réalisés par les types de pneus du commerce (ces jugements étant d'ailleurs fonction du type de véhicule sur lequel les pneus sont montés); on apportera quelques précisions sur les deux points précédents.

L'Adhérence.

1) étude générale.

L'adhérence se définit par l'absence de mouvement relatif entre les surfaces au contact; mais la notion qu'on s'en fait est plus souple; pour le conducteur, il y a adhérence quand il peut contrôler le mouvement de son véhicule; l'adhérence se caractérise par son contraire, le dérapage ou mouvement incontrôlé.

Au sens strict du terme, il ne peut pas y avoir adhérence entre le pneu et la route, à cause du déroulement inégal du pneumatique. Le pneu a une surface non développable et est fait d'un matériau déformable; la surface de contact pneu - sol comprend une partie comprimée (au centre) entourée d'une couronne dilatée.

.../...

Au cours d'un mouvement qui est globalement un roulement sans glissement, un élément de caoutchouc dM subit successivement une dilatation, une compression et une dilatation lorsqu'il passe au contact du sol : il y a donc <u>localement</u> glissement.

Considérons, entre les instants t et t + dt, un point M du pneumatique qui glisse de x sur le sol, et soit dS un élément de surface autour de M. La quantité :

$$\overrightarrow{\delta X} = \int_S \delta \vec{x} \cdot dS$$

sera nulle si la surface de contact a une symétrie orthogonale au mouvement de rotation et, si la symétrie n'est pas parfaite, $\delta \vec{X}$ sera en tout cas petit devant l'ordre de grandeur des autres paramètres du mouvement. Si au contraire il y a glissement général du contact sur le sol, $\delta \vec{X}$ sera du même ordre de grandeur que les autres paramètres du mouvement.

La quantité $\delta \vec{X}$ varie continuement de 0 à toute valeur, et il n'est pas possible de définir rigoureusement l'adhérence. On peut distinguer trois domaines aux frontières imprécises.

- si $|\delta \vec{x}|$ est inférieur à une valeur de l'ordre du mm par seconde, on parle <u>d'adhérence</u>
- si $|\delta \vec{x}|$ est de l'ordre du cm par seconde, on parle de <u>glissement limité</u>; on se trouve presque toujours dans cette zone lorsque le pneu subit des accélérations.
- si $|\delta \vec{x}|$ est supérieur à quelques cm par seconde, on parle toujours de glissement limité si x est dans le sens du mouvement et de <u>glissement pur (ou dérapage)</u> sinon

Nous définirons :

- le coefficient de frottement f par le rapport de la force de frottement à la charge du pneu,
- l'indice de glissement limité par le rapport $\frac{v_0 - v}{v_0}$ de la vitesse angulaire v du pneu en glissement limité à la vitesse v_0 du roulement pur.

.../...

2) <u>étude du frottement caoutchouc - sol</u>.

Le mécanisme intime du frottement est assez mal connu. Nous donnerons quelques résultats d'une étude récente de Kummer et Meyer.

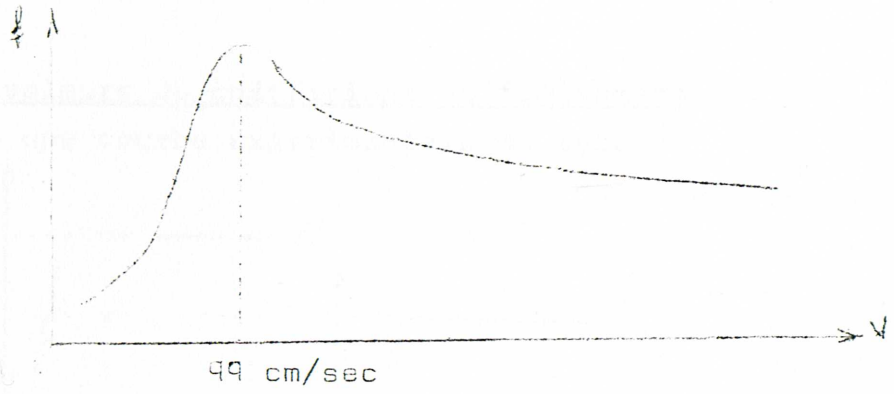
On constate que la force de forttement F dépend de la charge, de la vitesse et de la température. F se décompose (la décomposition étant difficile à faire en pratique) en deux termes :

- une force d'adhésion Fa.
- une force d'hystérésis F_h.

2,1) <u>l'adhésion</u>.

Mécanisme : formation de liaisons entre molécules de caoutchouc et de sol. Une molécule de caoutchouc accroche une molécule du sol, se détend et la liaison se rompt; il s'établit statistiquement un régime permanent.

Macroscopiquement, la force Fa est le produit par la surface de contact d'une tension interfaciale de cisaillement. On peut mesurer Fa, parce que F se réduit pratiquement à Fa sur sol propre et lisse. On a une courbe de la forme :



Les propriétés viscoélastiques du coutchouc rendent compte de cette courbe et de son déplacement vers la droite quand la température augmente.

.../...

2,2 l'Hystérésis.

Mécanisme : le caoutchouc n'épouse pas exactement la forme des obstacles : il le fait en amont, mais pas en aval (il reprend sa forme initiale avec une déperdition interne d'énergie). Il en résulte que la résultante des forces normales à la rugosité n'est pas verticale, mais a une composante opposée à la vitesse. Cette composante disparait presque sur sol propre et lisse, elle est importante sur sol rugueux à adhésion faible (ex : verglas).

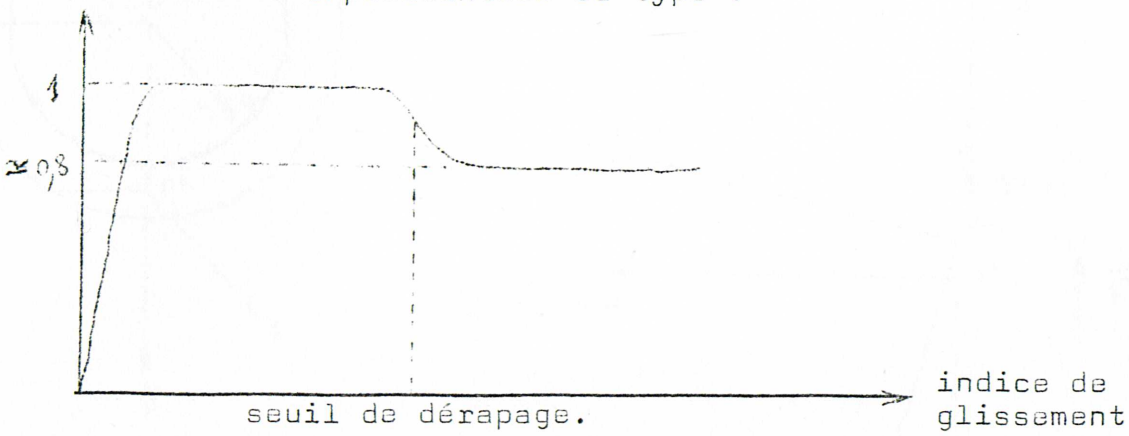
2,3 Théorie unifiée.

Adhésion et hystérésis sont les deux manifestations (microscopique et macroscopique) du même phénomène : la dissipation d'énergie viscoélastique dans la masse du caoutchouc. Il en résulte que l'augmentation de l'amortissement interne (passage du caoutchouc naturel au synthétique) accroît à la fois les deux composantes d'adhésion et d'hystérésis.

Notons qu'en dehors de certains cas limites (verglas) la composante d'adhésion est prépondérante. C'est ce qu'a montré l'expérience de French et Patton : sur un pneu en matériau A, on dispose une couche de 0,2 mm. de matériau B, épaisseur négligeable devant la taille des rugosités. On constate alors que la valeur de F est à peu près la même que celle du pneu constitué entièrement de matériau B.

3) valeurs du coëfficient de frottement.

3,1) On a une courbe expérimentale du type :



.../...

Pour un glissement rigoureusement nul, f est nul; la valeur maximale de f est atteinte pour un glissement limité de l'ordre de quelques cm par seconde; <u>au moment du dérapage, f diminue notablement</u>. C'est un des dangers du dérapage : non seulement on perd le contrôle du véhicule, mais le temps d'arrêt est plus long.

3,2) <u>adhérence longitudinale et transversale.</u>

Une force d'orientation θ peut se décomposer en : $\vec{F}_\theta = \vec{F}_{long} + \vec{F}_{transv}$.

avec $|\vec{F}_\theta| = |\vec{F}_{long} + \vec{F}_{transv}| \leq f_\theta . Z$.

Si l'on donne l'une des deux composantes, cette inégqlité fournit une borne supérieure pour l'autre. F long est la force motrice ou freinante, F transv est la <u>capacité de guidage du pneu</u>.

En l'absence de force motrice ou freinante

$$F_{transv} \leq f_\theta . Z = Y$$

En présence d'une force longitudinale X

$$F_{transv} \leq R.Y$$

où $R = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{y}\right)^E}$

E étant un paramètre caractérisant la structure du pneumatique.

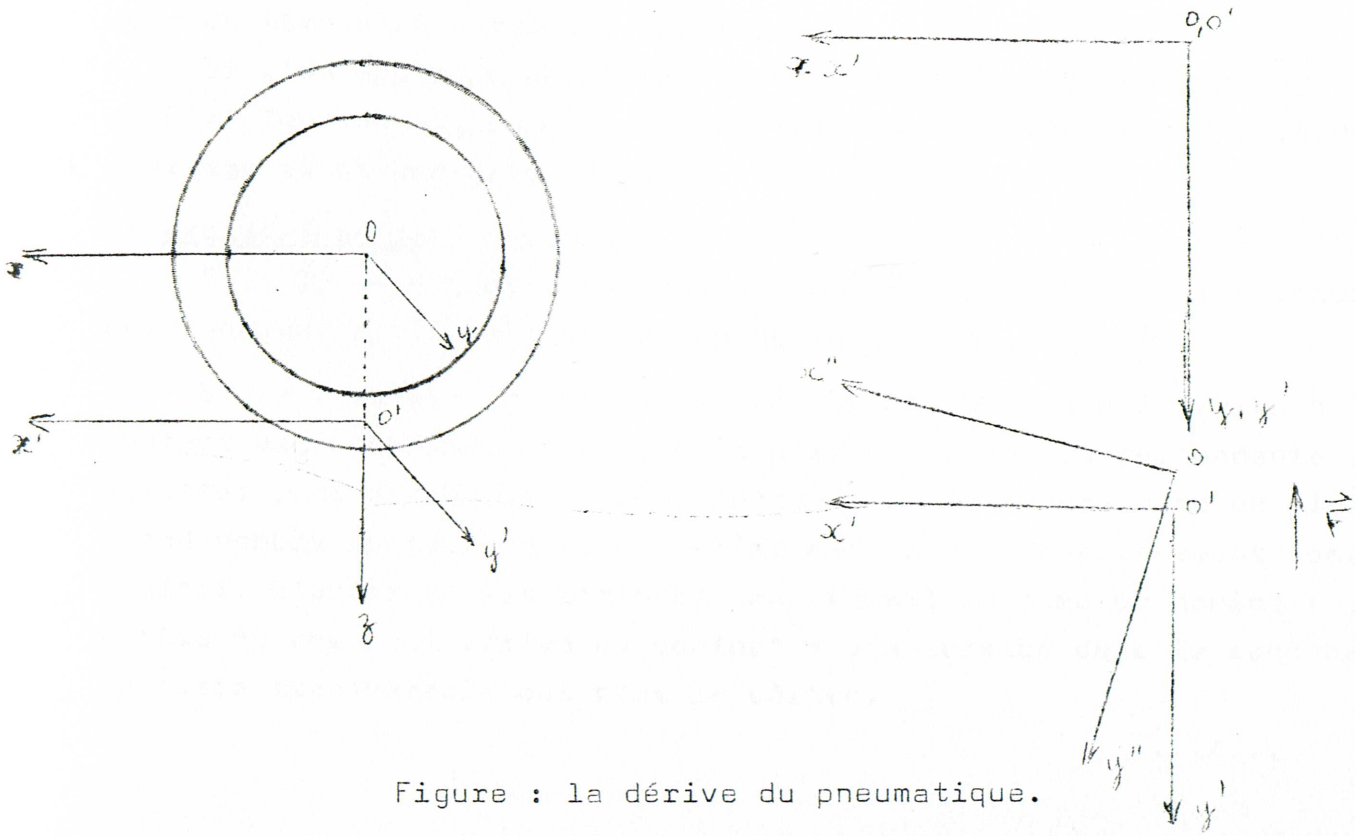


Figure : la dérive du pneumatique.

.../...

Propriétés élastiques du pneumatiques.

Au paragraphe précédent, nous avons vu que la déformabilité du caoutchouc intervenait à l'échelle microscopique pour caractériser l'adhérence. A l'échelle macroscopique, elle fait du pneu un corps élastique.

Quand la roue est au repos, l'élasticité du pneu a les mêmes caractéristiques que celle des autres matériaux : si l'on applique au centre O de la roue une force $\vec{F}$ supposée compatible avec le maintien de l'adhérence, O se déplace de $\vec{l}$ défini par $\vec{F} = \overline{\overline{K}}\,\vec{l}$ dans le domaine de l'élasticité linéaire. Le tenseur $\overline{\overline{K}}$ est le tenseur des rigidités élastiques.

Quand on fait rouler la roue autour de son axe, aux propriétés statiques précédentes viennent s'ajouter plusieurs propriétés particulières aux pneus qui sont principalement la dérive et le couple d'auto-alignement.

La dérive des pneumatiques.

En l'absence de toute force transversale, la roue roule en restant dans son plan; plus précisément, la tangente $\overrightarrow{Oy}$ à la trajectoire du centre de la roue est parallèle à la tangente $\overrightarrow{O'x'}$ à la trajectoire du centre du contact roue-sol, et ces deux tangentes sont dans un même plan vertical. (cf.figure).

Si l'on applique une force transversale dirigée suivant $\overrightarrow{Oy}$, $\overrightarrow{Ox}$ et $\overrightarrow{O'x'}$ font un angle α appelé dérive; le phénomène est appelé dérive, envirage ou pseudo-glissement.

1) Explication de l'envirage.

Soit D, le diamètre extérieur d'une roue rigide; pour parcourir une longueur l, il faut un nombre de tours égal à $n = \frac{l}{D}$.

Si la roue est élastique, la partie de la roue qui arrive au contact est comprimée alors que la portion de sol correspondante est dilatée; pour parcourir la même longueur l, il faudra donc un plus grand nombre de tours n' : cet effet est le pseudo-glissement longitudinal. L'envirage est l'aspect transversal du même phénomène : la partie du pneu qui arrive au contact a une torsion dans le sens de la force transversale qui crée la dérive.

.../...

2) Mesure de l'envirage.

La valeur de la dérive dépend notamment :

- de la nature du pneu (dimensions et nature du caoutchouc),
- de la pression de gonflage
- de la charge
- de la force transversale.

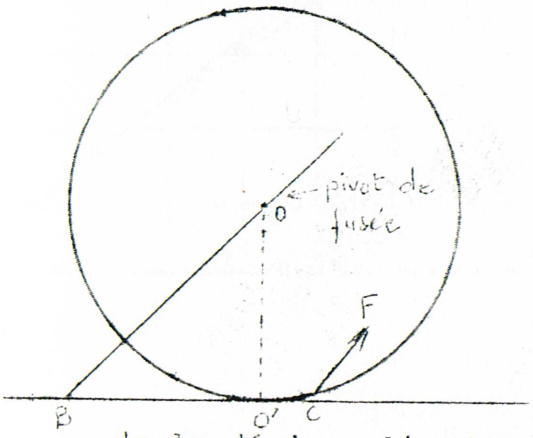
L'allure des relations entre la dérive et ces différents facteurs est donnée sur trois graphiques (les valeurs numériques fournies ne sont que des ordres de grandeur); pour un pneu de nature donnée. On remarquera :

2a) toutes choses égales par ailleurs, l'angle de dérive est proportionnel à la force pour les faibles valeurs; l'ordre de grandeur de la constante est 50 kg/degré; hors du domaine linéaire, le rapport force/dérive croît jusqu'au glissement.

2b) toutes choses égales par ailleurs, l'angle de dérive commence par croître avec la charge, passe par un maximum pour une valeur de la charge en général légèrement supérieure à la charge nominale et décroît ensuite. Cet effet peut être grave s'il transforme un véhicule sous-vireur à vide en un véhicule sur-vireur sous charge.

Le couple d'auto-alignement.

Le mouvement de braquage de la roue se fait autour d'un axe appelé pivot de fusée. Si une force transversale appliquée à la roue ne coupe pas le pivot de fusée, elle crée un moment de braquage. On constate que, si O' est la projection de O, centre de la roue, sur le sol :



1) le pivot coupe le sol en un point B différent de O'; la longueur BO' est la chasse au sol du pneumatique.

2) la force de dérive s'applique en un point C distinct de O'; la longueur CO' est la chasse pneumatique.

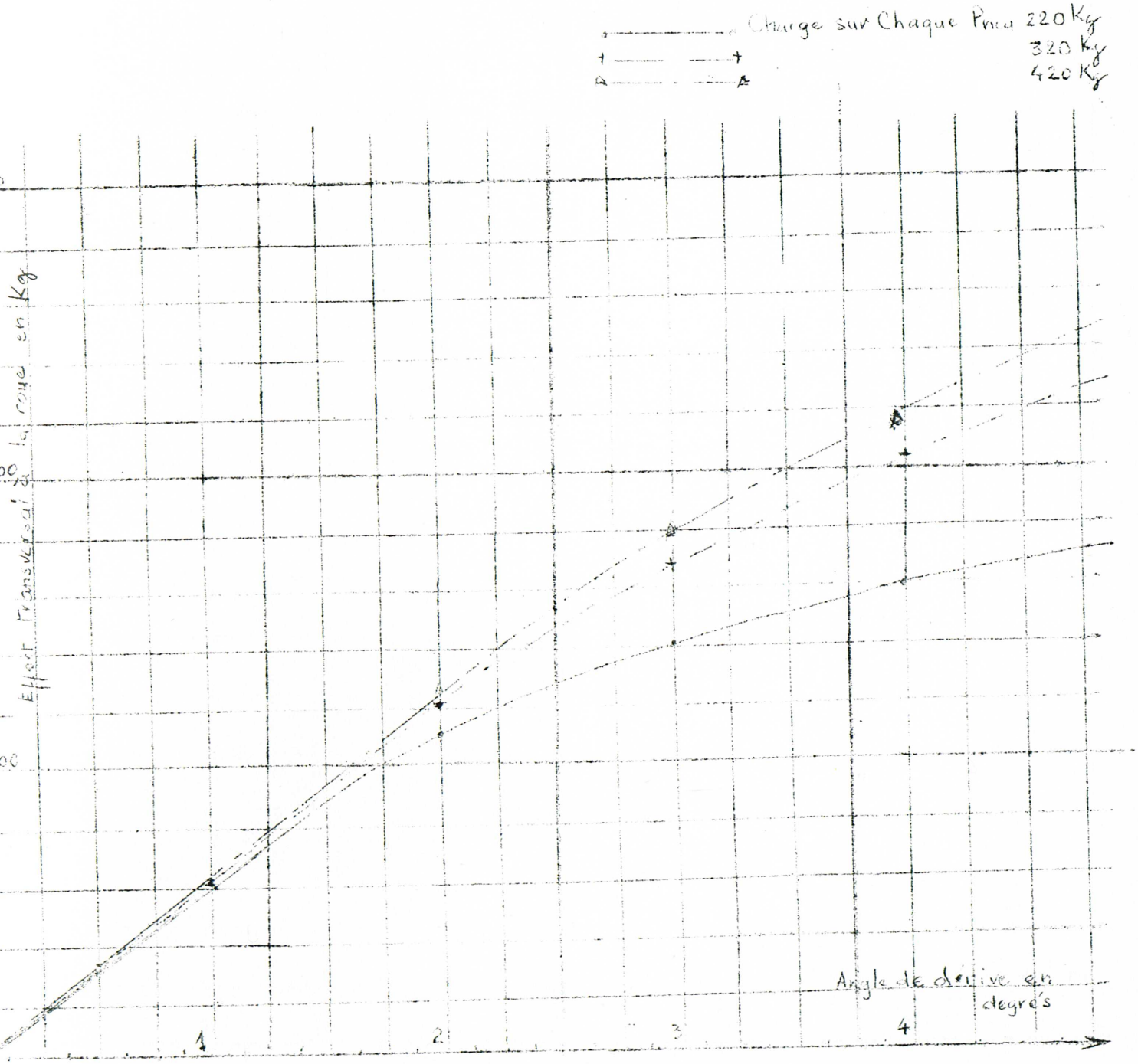
L'ordre de grandeur de la chasse pneumatique est de 3 à 4 cm.

BC étant non nul, la force de dérive a, par rapport au pivot de fusée, un moment non nul appelé couple d'auto-alignement. Les facteurs dont dépend le CAA sont les mêmes que ceux de la dérive; l'ordre de grandeur du CAA est de 2 à 5 m kg (soit 20 à 50 mN).

.../...

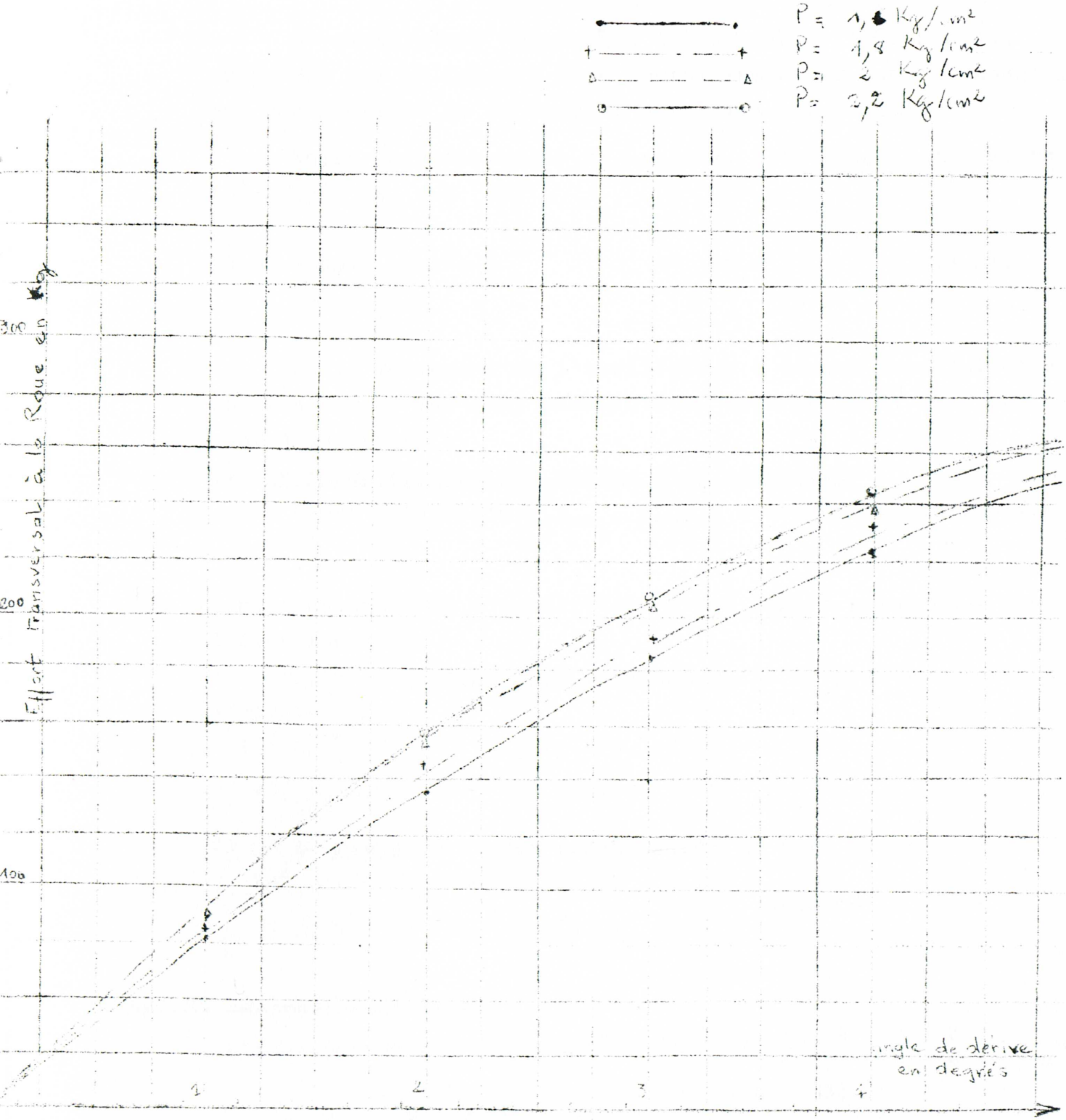
PRESSION 1,6 kg/cm2

Influence de l'angle de Dérive



CHARGE 320 Kg

Influence de la Pression



Introduction.

Un oscillateur harmonique à 1 variable (type : masse suspendue par un ressort sans amortissement) a son mouvement régi par une équation de la forme : $m\ddot{x} + kx = o$. (1)

Après transformation de Laplace, l'équation (1) devient :
$(p^2 + \omega^2)\ x_1 = o$ (2)

où on a posé : $\omega^2 = \frac{k}{m}$ et $x_1 = \int_o^\infty e^{pt}\ x(t)\ dt$.

Si le mouvement de l'oscillateur 1 dépend de celui d'un oscillateur 2, les deux oscillateurs sont couplés. Deux cas sont à envisager :

1). <u>la force de couplage dérive d'un potentiel</u>.

Alors l'identité $\frac{\partial^2 V}{\partial x\, \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial x}$ entraîne que le coefficient de x dans l'équation de l'oscillateur y est égal à celui de y dans l'équation x :

on dit que le <u>couplage est symétrique,</u> et le système pourra s'écrire :

$$\begin{cases} (p^2 + \omega_1^2)\ x_1 - \alpha\ \omega_1 \omega_2\ x_2 = 0 \\ -\alpha \omega_1 \omega_2\ x_1 + (p^2 + \omega_2^2)\ x_2 = 0 \end{cases}$$

2) Le couplage n'est pas conservatif; on aura alors :

$$\begin{cases} (p^2 + \omega_1^2)\ x_1 - \alpha\, \omega_1 \omega_2\ x_2 = 0 \\ -\alpha \omega_1 \omega_2 x_1 + (p^2 + \omega_2^2)\ x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{avec } \alpha \neq 1.$$

Etude du couplage symétrique.

L'équation en p s'écrit : $p^4 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)\ p^2 + \omega_1^2\ \omega_2^2\ (1 - \alpha^2) = 0$
$= 0.$ (3)

$\Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\alpha^2\ \omega_1^2 \omega_2^2$ 0.

L'équation (3) a donc ses racines en p^2 toujours réelles et, le coefficient α^2 étant inférieur à 1 par construction, elles sont négatives; on a donc un système oscillant sans amortissement.

.../...

<u>Montrons que le couplage symétrique écarte les fréquences propres</u> : en faisant, dans (3), $p^2 = -\omega_1^2$ et $p^2 = -\omega_2^2$, on obtient $-\alpha^2 \omega_1^2 \omega_2^2$; il en résulte que $-\omega_1^2$ et $-\omega_2^2$ sont comprises entre les racines $-p_1^2$ et $-p_2^2$:

$$p_1^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2 < p_2^2.$$

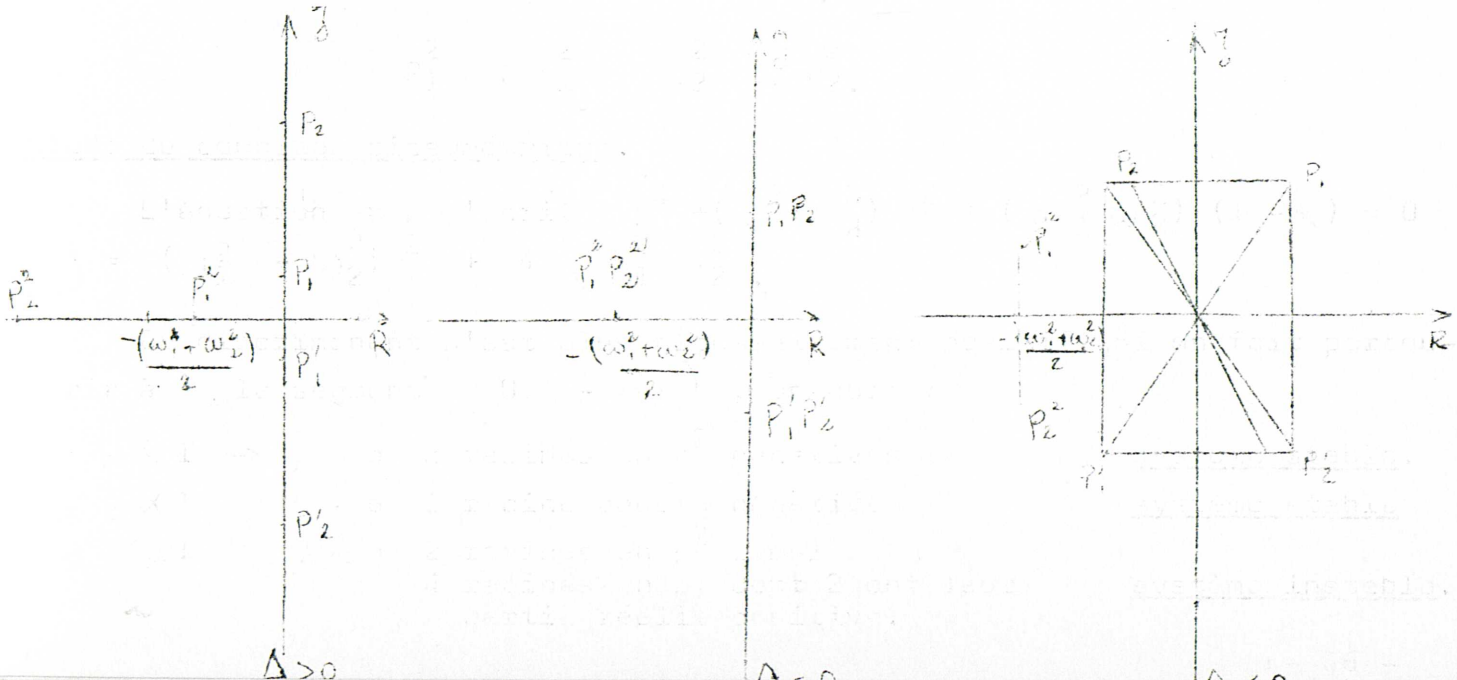
<u>Etude du couplage dissymétrique</u>.

L'équation en p s'écrit : $p^4 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)\, p^2 + (\omega_1^2 \omega_2^2)\,(1 - \alpha) = 0$

$$\Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\,\alpha\,\omega_1^2 \omega_2^2 .$$

Ce discriminant n'est plus nécessairement positif. Si on fait parcourir à α le segment $[0, -\infty)$, on aura :

$\alpha > \alpha_1 \Rightarrow$	$\Delta > 0$	2 racines en p^2 négatives	<u>système stable</u>.
$\alpha = \alpha_1$	$\Delta = 0$	1 racine double négative	<u>système stable</u>
$\alpha < \alpha_1$	$\Delta < 0$	2 racines en p^2 complexes 4 racines en p, dont 2 ont leur partie réelle positive.	<u>système instable</u>.



Annexe D.

L'Amortissement

Notion d'amortissement.

1) les forces amortissantes.

Un système physique a de l'amortissement s'il dissipe de l'énergie avec l'extérieur. Une force amortissante est une force en phase avec la vitesse. Les types courants de forces amortissantes sont :

- les forces de frottement solide, opposées à la vitesse de glissement et d'amplitude sensiblement constante.
- les forces de frottement visqueux, proportionnelles à la vitesse.

2) caractéristiques du mouvement amorti.

Si $\vec{F} = -f\vec{V}$ est la force amortissante du mouvement d'une masse m, on appelle :

coefficient d'amortissement la quantité $\frac{f}{2m}$ (son inverse est la constante de temps)

décrément logarithmique la quantité $\frac{f}{2m}$ T, T étant la période du mouvement sinusoïdal non amorti.

3) influence de l'amortissement sur l'équation caractéristique.

On suppose que les forces amortissantes sont de type visqueux; dans chaque équation, le terme d'amortissement est le coefficient de la vitesse, et ce terme est en général petit devant les forces motrices et les forces d'inertie. Il en résulte que, dans le déterminant du système, l'amortissement n'intervient au premier ordre que dans les termes de degré impair en p.

L'étude de l'amortissement d'un système se fera donc, en général, à l'aide des seuls coefficients impairs, et on pourra régler les coefficients impairs à peu près indépendamment des coefficients pairs.

Etude de l'amortissement dans les systèmes couplés à deux degrés.

Il s'agit de savoir dans quelle mesure l'amortissement créé sur un des degrés de liberté du système se reportera sur l'autre. Pratiquement, dans le couplage roulis-lacet, on peut jouer facilement sur l'amortissement du roulis en réglant les amortisseurs et pratiquement pas sur celui du lacet.

.../...

Les équations du système sont :

$$(i_1 \ddot{x}_1 + f_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1) + H_{x_2} = F \sin at$$

$$Hx_1 + (i_2 \ddot{x}_2 + f_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2) = 0$$

On résoud le système par la méthode complexe, et en notant $f_1 = 2e_1 a_1 i_1$; $f_2 = 2e_2 a_2 i_2$; $\frac{F}{i_1} = ba_1 a_2$; $H^2 = l^2 i_1 i_2 a_1^2 a_2^2$

et : $\frac{d}{dt} = ja$; $\frac{d^2}{dt^2} = -a^2$:

la résolution en x, donne :

$$\left[a_1^2 - a^2 + j\, 2e_1 a_1 a - \frac{l^2 a_1^2 a_2^2}{a_2^2 - a^2 + j\, 2e_2 a_2 a} \right] x_1 = b\, a_1 a_2\, e^{j at}$$

Dans le coefficient de x_1, la partie imaginaire donne l'amortissement puisqu'elle correspond aux dérivées premières; le terme $j\, 2e_1 a_1 a$ est l'amortissement sur x_1; la partie imaginaire de la fraction est l'amortissement de x_1 dû à l'amortissement sur x_2.

Ce terme vaut : $j \dfrac{l^2 a_1^2 a^2 . 2e_2 a_2 a}{(a_2^2 - a^2)^2 + 4e_2^2 a_2^2 a^2} = j\, J$

Il est proportionnel a l^2 (coefficient de couplage) et à e_2 (coefficient d'amortissement de x_2). l et e_2 étant petits devant a, al, a_2, J est petit sauf ans la zone de résonance (a voisin de a_2)

Comme l'amortissement sur x_1 est surtout utile dans la zone de résonance de x_1 (a voisin de a_1) on a intérêt à voir se qui se passe quand a_1 est voisin de a_2, c'est-o-dire quand il y a résonance entre les deux variables découplées.

On a : $J = \dfrac{l^2 a_1^2 a_2^2}{2e_2 a_1 a_2} \neq \dfrac{l^2 a^2}{2 e_2}$ pour al = a_2 = a

et j ne sera pas trop diminué (plus précisément restera toujours supérieur à la moitié de la valeur précédente) dans la bande passante de largeur $\Delta a = \sqrt{2 e_2 a}$.

.../...

Le coefficient de couplage l reste toujours relativement petit; on augmentera l'amplitude de l'amortissement sur x, en diminuant e_2, mais il en résultera une diminution de la largeur de la bande passante : il y a donc un optimum à trouver.

Le couplage roulis - lacet.

La méthode précédente permet d'étudier l'influence de l'amortissement de roulis sur le mouvement couplé roulis - lacet en fonction des fréquences de roulis et de lacet découplé. On a vu qu'il valait mieux éviter l'égalité de ces deux fréquences, et on est donc en général dans un cas plus favorable que le précédent.

Monsieur Laygue a fait l'étude numérique pour différentes valeurs des paramètres utiles; il en ressort que :

- il est intéressant d'avoir un coefficient d'amortissement de roulis compris entre 0,3 et 0,7.
- il est souhaitable, pour un véhicule neutre ou sous-vireur, d'avoir une fréquence de roulis assez élevée.

Annexe E.

Introduction à l'étude des problèmes posés par le conducteur.

Position du problème.

L'intuition de base est que la conduite automobile n'est pas constamment problématique ou dangereuse. Nous supposons que :
1) dans des conditions dites normales de circulation, un conducteur moyen est capable de conduire son véhicule sans problèmes et en sécurité.
2) les conditions dites normales sont celles que l'on rencontre presque partout, c'est-à-dire partout sauf en des points particuliers de l'espace et du temps.

Les conditions normales de circulation sont caractérisées par :
1°) l'absence de toute défaillance mécanique et de défaillance physiologique du conducteur.
2°) l'absence d'imprévu dans l'environnement du véhicule, ce qui signifie que le conducteur est averti suffisamment tôt de l'occurrence d'un danger d'une quelconque nature pour pouvoir, à coup sûr, éviter l'accident.
3°) le conducteur a constamment pour objectif d'éviter l'accident, et il agit constamment en ce sens.

Cette analyse permet de distinguer trois causes d'accident :
- les défaillances,
- les imprudences,
- les cas fortuits.

Les deux premières causes sortent de l'objet de notre étude; ce sont d'ailleurs les plus simples à analyser.

La distinction entre circonstance normale et cas fortuit est essentiellement subjective, puisqu'elle se fait par l'intermédiaire des actes du conducteur. Il faut donc en venir d'abord à l'analyse de l'acte, qui se décompose classiquement en trois phases successives : information; réflexion et décision; action. Les problèmes soulevés par chacune de ces phases sont de deux natures :

1°) problèmes qualitatifs : jugements de valeur sur la qualité de la décision prise et de l'exécution de l'acte en prenant pour critère l'écart entre l'objectif visé et le résultat atteint.

.../...

2°) problèmes quantitatifs, parmi lesquels nous retiendrons surtout :

- la détection de l'information : la réception de l'information se fait par excitation sensorielle, et cette excitation n'est possible que si le support matériel de l'information (le stimulus : lumière, bruit, douleur, etc...) est effectivement reçu et a une intensité supérieure à un certain seuil.
- les temps de réaction : pour chacune des trois phases de l'acte, il y a circulation d'un influx nerveux dans un circuit plus ou moins complexe, et donc un temps de parcours. Ce temps est évidemment la borne inférieure du délai de préavis nécessaire entre le moment où l'organisme reçoit une incitation à agir et celui où il faut avoir agi.

Moyens d'étude.

Nous avons pris contact avec :

- Monsieur Roche, directeur du centre de Prévention Routière de Montlhéry.
- Monsieur Berthoz, chercheur en ergonomie au CNRS.

Il semble que le dialogue soit souhaité de part dt d'autre. Le difficile, au départ, est d'arriver à bien se comprendre, malgré d'une part des formations et des méthodes de travail différentes, d'autre part des points de vue sur la question différents. Pour essayer de donner à ce dialogue le maximum d'efficacité, on nous a demandé de rédiger un questionnaire précis des points qui nous préoccupent.

Avant de nous donner la moindre estimation chiffrée, on a insisté sur la variabilité de tout résultat numérique obtenu en psychophysique.

Le facteur humain irréductible fait que toute valeur ne s'obtient que comme espérance mathématique d'une variable aléatoire dont la dispersion est en général assez grande. Il y a sur chaque résultat une marge d'incertitude assez grande qui tient non à la précision de la mesure, mais à la dispersion statistique, c'est-à-dire à la précision de la définition de la grandeur considérée.

.../...

Liste de questions.

Après avoir défini notre point de vue comme nous venons de le faire, nous avons envoyé la liste suivante, à laquelle il n'a pas été répondu à la date de rédaction de ce dossier long.

I - Les seuils de détection.

Hypothèse : un régime permanent de circulation s'est établi. Un paramètre se trouve rapidement modifié (ce paramètre pouvant tenir au conducteur, au véhicule ou à l'environnement).

1°) Quels sont les paramètres significatifs, c'est-à-dire ceux dont le conducteur tient compte dans son comportement ?

On distinguera :

a) paramètres donnant une information codée :

- signalisation routière (nature et position du signal).
- avertisseurs optiques ou sonores.
- signalisation interne du véhicule (tableau de bord).

b) paramètres donnant une information non codée.

Leur liste ne peut pas être exhaustive. Nous retiendrons :

b1. les paramètres internes du véhicule : vibrations diverses, écarts de cap, mouvements de roulis et de tangage, sensation de dévers, etc...

b2. les paramètres de la route.

état de surface (macroscopique : largeur, bombement, dévers, etc...
(microscopique : nids de poule, granulométrie, petits corps étrangers (pierres, etc.

dimension du champ de visibilité : influence de la largeur, de la couleur, de la nature des bas-côtés, etc...

appréciation (à moyenne ou longue distance) des changements de direction et de pente de la route.

b3. les paramètres des autres véhicules.

appréciation des distances)
des vitesses) des autres véhicules *
des accélérations)

b4. autres paramètres.

* et conséquences de ces appréciations sur l'appréciation de la distance d'arrêt de son propre véhicule (qui n'est pas un paramètre au sens où nous les avons considérés).

2°) pour chacun des paramètres significatifs, quel est le seuil de détection ?

3°) commentaires divers sur la façon dont le problème est posé :
- la notion de paramètre significatif et de seuil de détection a-t-elle un sens pour vous? sinon quelles précisions supplémentaires faut-il apporter?

II - Les temps de réponse.

Pour nous, le temps de réponse est le temps qui s'écoule entre la modification significative d'un des paramètres et le début de l'exécution de la manoeuvre qui répond à cette modification.

1°) cette définition est-elle correcte?

2°) peut-on donner des valeurs (valeur moyenne et dispersion) de ce temps de réponse correspondant à certains paramètres.

2 hypothèses : manoeuvre réflexe.
manoeuvre consciemment définie.

3°) commentaires divers.

III - Conditions anormales de circulation.

Notre façon de voir les choses est la suivante :
A l'instant $(t - \tau)$ le conducteur est prévenu de l'occurrence d'un danger à l'instant t. Nous pensons qu'il n'est pas exclu qu'on ait le schéma suivant :

1) si $\tau > \tau_1$: on a les conditions normales de circulation
2) si $\tau < \tau_2$: l'accident est inévitable.
3) si $\tau_2 < \tau < \tau_1$, il y a une certaine probabilité pour que l'accident se produise, et cette probabilité depend peut-être de la nature de la réaction du conducteur (plus ou moins bien adaptée à la circonstance) et des qualités du véhicule (obéissant plus ou moins fidèlement aux commandes).

1°) Quen pensez-vous ?

2°) Que peut-on dire sur la nature des réactions réflexes du conducteur? a-t-il tendance à freiner systématiquement ? à tourner brutalement le volant? autrement dit, peut-on penser qu'en cas d'incident imprévu tous

.../...

les conducteurs (ou tous les conducteurs d'un certain ty e) ont des réactions réflexes assez voisines?

IV - Par rapport au but qui nous préoccupe - c'est-à-dire essentiellement le point III,3 - quels sont les aspects du comportement du conducteur que nous n'avons pas abordés? Remarques diverses.

Introduction et présentation du dossier.

1. Sur le problème général de la sécurité routière, et surtout en ce qui concerne le conducteur :
"The state of the art of traffic safety"
(Arthur.D.little, Inc. Juin 1966).
ouvrage comprenant un grand nombre de statistiques et une imposante bibliographie (1800 ouvrages cités).

2. Sur la construction et l'organisation générale du véhicule.
Chagette. Technique automobile. Tome I : le moteur
Tome II : le chassis
(Dunod, 1957)

3. Sur la méthodologie et l'analyse du problème de la sécurité routière :
Arnouil : Méthode logique de recherche des causes d'un accident
(Arrondissement Minéralogique de Paris I, avril 1967).

I - La stabilité de route.

Pour un exposé général de la question, lire :

4. Rocard. L'instabilité en mecanique. (Masson.1954).

5. Julien et Annet. Etude analytique de la stabilité de route des automobiles (journal de la SIA. Congrès FISITA. Avril 55).

6. Julien. Forme générale des problèmes d'équilibre et de stabilité de route des véhicules.
(publication B.1. Congrès FISITA. Munich Juin 66).

Pour une étude particulière des modèles à trois degrés de liberté, on consultera d'abord :

7. "Etude de la dynamique de la voiture automobile en liaison avec la structure routière".
Etude de synthèse. Tome II. Chapitre VIII : stabilité en ligne droite.
Editions Charles Deutsch. 3 et 5, rue Volta. 92-Puteaux.

.../...

Bibliographie

On pourra consulter :

8. Milliken et Whitcomb. Général Introduction to a programme of dynamic research. -
(publication SAE. 1956).

9. Milliken et Whitcomb. Design implications of a general theory of automobile stability and control.
(publication SAE. 1956).

Sur les degrés de liberté de la colonne de direction :

10. Segel. On the lateral stability and control of the automobile the automobile to steering control.
(publication SAE. 1956).

11. Segel. On the lateral stability and control of the automobile as influenced by the dynamics of the steering system.
(ASME 65. Paper WA/MD.2)

Sur l'intervention des forces aérodynamiques :

12. Laygue Contribution à l'étude de la stabilité des véhicules routiers
(conférence donnée le 17.1.66. publication SIA).

13. Buning et Beauvais. The transient character of aerodynamic side force and yawing moment on an automobile in a wind gust
(publication B.2. congrès FISITA. Munich juin 66).

14. Hayashi et Furush. The response of automobile against a gust.
(publication B.7. congrès FISITA. Munich juin 66).

II - La tenue de route.

Une étude des modèles en régime transitoire est faite dans 7 et 11 entre autres; les modèles les plus élaborés, correspondant à des véhicules réels, sont tenus secrets en général. Pour la recherche de définition de critères de tenue de route.

15. Chiesa et Rinonapoli. Stability in motion of the motorcar during varions types of manoeuvre studied by means of a mathematical model.
(publication B15. congrès FISITA. Munich 66).

.../...

16. Chiesa et Rinonapoli. Vehècle stability studied with a non-linear seven degree model.
(SAE. Mid year meeting. Chicaço 15-19 mai 1967).

Annexe A. élaboration et traitement des modèles.

Sur l'écriture des équations de l'équilibre relatif, consulter un cours de mécanique générale. Sur le traitement par le calcul opérationnel :

17. Rocard. Dynamique générale des vibrations (Masson 1960).
Chapitre V, XI, XII, XV.

Annexe B. le pneumatique.

18. de Sèze. L'influence du pneumatique sur la tenue de route et la direction.
(SIA. 1943).

Annexe E. le conducteur.

19. de Montmollin. Les systèmes hommes-machines.
(PUF. 1967).