



HAL
open science

Nouvelles perspectives dans l'étude de la dynamique des arcs AC et DC soumis à des champs transversaux

Youssef Abdo, Vandad-Julien Rohani, François Cauneau, Laurent Fulcheri

► To cite this version:

Youssef Abdo, Vandad-Julien Rohani, François Cauneau, Laurent Fulcheri. Nouvelles perspectives dans l'étude de la dynamique des arcs AC et DC soumis à des champs transversaux . Journal International de Technologie, de l'Innovation, de la Physique, de l'Energie et de l'Environnement , 2017, 3 (2), 10.18145/jitipee.v3i2.141 . hal-01619557

HAL Id: hal-01619557

<https://minesparis-psl.hal.science/hal-01619557>

Submitted on 19 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

JOURNAL INTERNATIONAL DE TECHNOLOGIE, DE L'INNOVATION,
DE LA PHYSIQUE, DE L'ENERGIE ET DE L'ENVIRONNEMENT

Nouvelles perspectives dans l'étude de la dynamique des arcs AC et DC soumis à des champs transversaux

Y. Abdo, V. Rohani, F. Cauneau, L. Fulcheri



ISSN : 2428-8500

DOI : 10.18145/jitipee.v3i2.141

Le sujet de cet article a été présenté oralement lors de la manifestation conjointe du colloque sur les arcs électriques et du workshop sur les arcs et contacts électriques (CAE-ACE) les 20 et 21 mars 2017 à Nancy (France).

L'article a fait l'objet d'une expertise indépendante par deux spécialistes du domaine.

Nouvelles perspectives dans l'étude de la dynamique des arcs AC et DC soumis à des champs transversaux

Youssef Abdo ⁽¹⁾, Vandad Rohani ⁽¹⁾, François Cauneau ⁽¹⁾, Laurent Fulcheri ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Mines ParisTech, PSL-Recherche Université, PERSEE – Centre procédés, énergies renouvelables et système énergétiques- 1 Rue Claude Daunesse, 06904 Sophia Antipolis, France
youssef.abdo@mines-paristech.fr

Résumé – *Les interactions entre les arcs et les champs externes jouent un rôle fondamental dans la conception et l'optimisation des torches à plasma modernes. Notre travail se propose ainsi de décrire par une approche purement analytique la dynamique d'un arc (AC ou DC) sous l'effet de champs transversaux (champs magnétiques externes et auto-induits, champs de vitesse) et de dégager les paramètres importants d'influence sans avoir recours à la modélisation numérique. Des simulations MHD(magnétohydrodynamique) ont été effectuées afin de valider les résultats analytiques.*

Mots clés : *Dynamique des arcs AC et DC, physique des plasmas thermiques, champs transversaux*
DOI : 10.18145/jitipee.v3i2.141

Introduction

De nombreuses études ont été menées ces dernières décennies afin de mieux comprendre le comportement et la dynamique des arcs AC et DC soumis à des champs externes et magnétiques auto-induits. Or, depuis l'avènement de la micro-informatique, les approches analytiques d'étude des interactions arc/champs ont été délaissées au profit de la modélisation numérique. En conséquence, la base théorique du couplage arc/champs reste encore mal comprise de nos jours. L'objectif est de bâtir et valider un modèle analytique simple qui permettrait in-fine le contrôle et la stabilisation d'arcs électriques en présence de champs externes, sans avoir recours à de la modélisation numérique. Le modèle analytique repose sur l'établissement et la résolution d'une équation différentielle partielle faisant apparaître des paramètres qui dépendent principalement des caractéristiques physiques et géométriques de l'arc étudié (température, pression, courant, rayon et longueur d'arc, diffusivité...) [1]. Ce papier constitue un complément de la référence [1], du fait qu'il décrit en détail (dans la section 3) le choix fait pour l'approximation de la vitesse d'écoulement.

1. Hypothèses et équations

Vu la complexité et la non-linéarité des équations couplées décrivant le modèle, il est indispensable de faire des hypothèses approximatives et rigoureusement justifiées afin de construire analytiquement notre modèle. Le rayonnement est alors négligeable [1-4] ainsi que les phénomènes aux électrodes. La viscosité, la diffusivité thermique du plasma et le rayon d'arc sont considérés constants [2]. L'étude est menée sur une torche à électrodes pointe-pointe comme le montre la Figure 2. Notre étude est restreinte à 3 équations fondamentales : l'équation de conservation de la quantité de mouvement, le bilan thermique et l'équation de Maxwell-Faraday. Elles sont représentées respectivement de la façon suivante :

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}^T + \bar{\bar{P}}) = \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_{Maxwell} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla S \right) = \Delta S + \sigma E^2 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$\bar{\bar{P}}$ et $\bar{\bar{\tau}}_{Maxwell}$ représentent respectivement le tenseur de contraintes mécaniques et le tenseur de Maxwell. ρ et λ correspondent à la masse volumique et la diffusivité thermique. \vec{E} désigne le champ électrique. La deuxième équation, connue sous le nom de l'équation d'Elenbaas-Heller, représente le bilan thermique. S est le potentiel du flux de chaleur. Il est donné par [1]:

$$S = \int_{T_0}^T k(T') dT' \quad (4)$$

T_0 est une température de référence. Elle est choisie comme étant la température de conduction. k est la conductivité thermique du plasma. $\vec{W} = \vec{V}_g - \vec{V}_a$ désigne la vitesse relative entre l'écoulement du plasma \vec{V}_g et la vitesse de l'arc \vec{V}_a . En faisant l'hypothèse que la conductivité électrique dépend linéairement du S ($\sigma = BS$), la résolution de l'équation (2) pour une colonne d'arc rectiligne nous donne [2,3]:

$$\begin{cases} S(r, t) = \frac{I_0 J_0(q_1 \frac{r}{a})}{2\sqrt{2B}\pi a J_1(q_1)} \sqrt{1 - \sin\delta \sin(2\omega t + \delta)} & (arc AC) \\ S(r) = \frac{I_0 J_0(q_1 \frac{r}{a})}{2\sqrt{B}\pi a J_1(q_1)} & (arc DC) \end{cases} \quad (5)$$

$\delta = \text{arccot}(\omega\Theta)$ et $\Theta = \frac{a^2}{\lambda q_1^2}$ sont des caractéristiques de l'arc. a est le rayon d'arc et q_1

correspond à la première racine de la fonction de Bessel J_0 . I_0 est le courant maximal.

Les propriétés du plasma (comme la conductivité électrique, diffusivité thermique, masse volumique, etc...) dépendent de sa température et de sa pression. Un logiciel dont on dispose dans notre laboratoire (TTwinner) nous permet de générer les différentes propriétés des gaz pour une très large gamme de température et de pression, ainsi que pour différents mélanges.

2. Dérivation du modèle

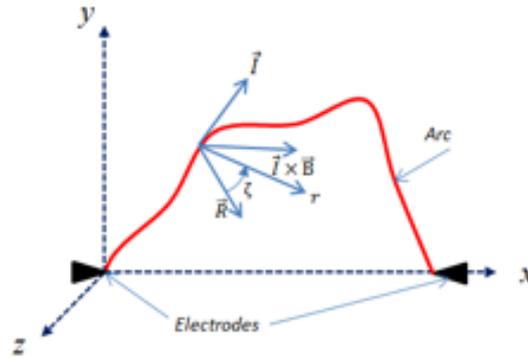


Figure 1. Torche à électrodes pointe-pointe

L'approche utilisée afin d'obtenir l'équation qui détermine le mouvement de l'arc, consiste à utiliser l'expression (5) afin de résoudre l'équation de la chaleur (2) dans le référentiel de Frenet [1,4,5] représenté par les Figures 2 et 3. Les conditions magnéto et électro quasi-statiques sont satisfaites, ce qui conduit à conclure que $\vec{V} \times \vec{E} \approx \vec{0}$. En 3D, l'arc peut être tordu. Nous admettons que l'angle formé entre le rayon de courbure et la coordonnée radiale r est donnée par $\zeta = \eta - \int_0^s \chi(s') ds'$ où η est l'angle qui représente le système sans torsion $\chi(s)$ au point s . Le champ \vec{E} dans ce référentiel s'exprime alors sous la forme :

$$E_s = \frac{E_{s0}}{1 - \kappa r \cos \zeta} \approx E_{s0}(1 + \kappa r \cos \zeta) \quad (6)$$

En utilisant un développement de Taylor de l'expression (5), l'expression (6) et l'annexe, et par identification avec l'équation (2), on obtient :

$$v_{va}(s, t) = \lambda \kappa \left(5 - \frac{4 \cos \delta \cos(2\omega t + \delta)}{1 - \sin \delta \sin(2\omega t + \delta)} \right) + v_{vg}(s, t) \quad (7)$$

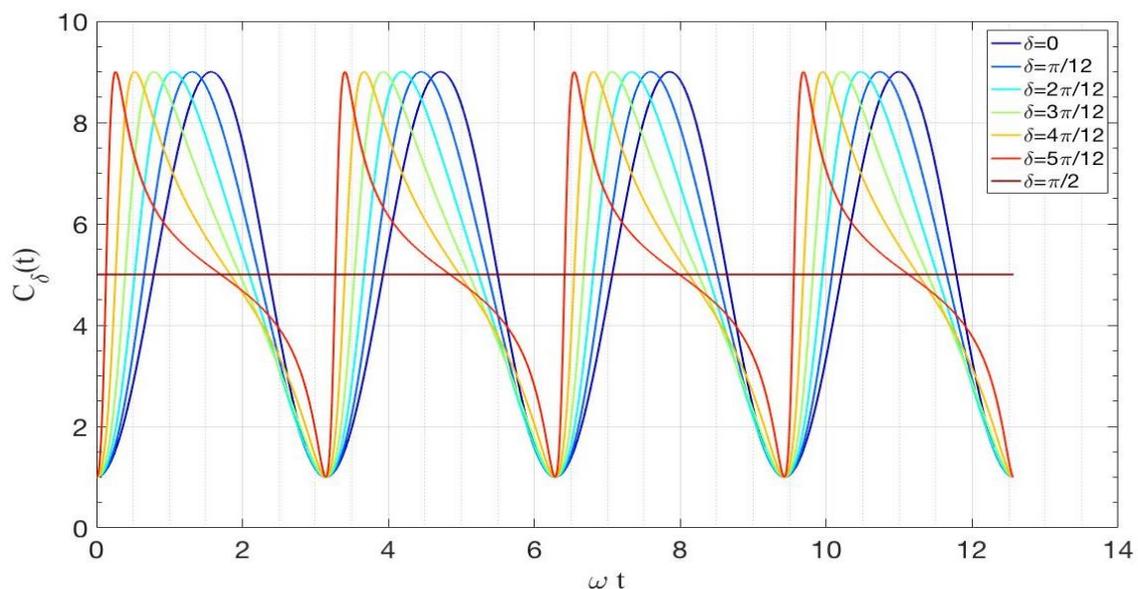


Figure 2. $C_\delta(t)$ en fonction de ωt pour différentes valeurs de δ

L'équation (7) peut être simplifiée en choisissant $C_\delta(t) = 5 - \frac{4 \cos \delta \cos(2\omega t + \delta)}{1 - \sin \delta \sin(2\omega t + \delta)}$. $C_\delta(t)$ est tracée en fonction de ωt pour différentes valeurs de δ (Figure 2). A noter que v_{va} et v_{vg} sont les composantes normales (suivant la courbure) des vitesses. Les auteurs des références [4-6] ont obtenu l'équation (7) pour le cas DC, où δ admet la valeur particulière $\pi/2$.

3. Calcul de la vitesse d'écoulement v_{vg}

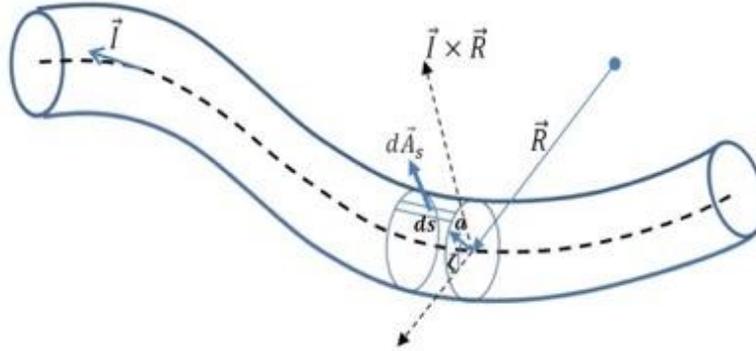


Figure 3. Les paramètres dans le repère de Frenet

Pour calculer v_{vg} , nous résolvons l'équation (1) sous sa forme intégrale dans un volume de contrôle défini par l'arc comme le montre la Figure 3. Cela se traduit par [7]:

$$\iiint_V \nabla(\rho \vec{V} \otimes \vec{V}^T + \bar{P} - \bar{\tau}_{Maxwell}) dV_s = \vec{0} \quad (8)$$

Le terme correspondant à la variation temporelle est négligeable parce que l'inertie du gaz est largement supérieure à l'inertie électrique. Les forces de pesanteur sont également omises vu que leur effet est non considérable puisque le nombre d'Archimède est significativement inférieur à 1 [5]. En appliquant le théorème d'Ostrogradsky à (8), on obtient :

$$\oint_S (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}^T + \bar{p} - \bar{\tau}_{viscous}) \overrightarrow{dA}_s = \oint_S (\bar{\tau}_{Maxwell}) \overrightarrow{dA}_s \quad (9)$$

\overrightarrow{dA}_s étant la surface latérale élémentaire comme le montre la Figure 3, est donnée par [7]:

$$\overrightarrow{dA}_s = \left((1 - a \kappa \cos \zeta) \overrightarrow{u}_r - \frac{da}{ds} \overrightarrow{u}_s \right) a d\zeta ds \quad (10)$$

En faisant l'hypothèse que le rayon d'arc a est constant le long de s et $\overrightarrow{u}_r = \cos \zeta \frac{\vec{R}}{R} + \sin \zeta \frac{\vec{I} \times \vec{R}}{I.R}$, et que $B_0(s)$ est un champ magnétique externe nous obtenons [9]:

$$\frac{d \oint_S (\bar{\tau}_{Maxwell}) \overrightarrow{dA}_s}{ds} \approx \vec{I} \times \vec{B}_0 \quad (11)$$

D'autre part le terme à gauche de l'équation (9), en présence des forces magnétiques et d'un faible champ dynamique de vitesse, peut être exprimé de la manière suivante :

$$\frac{d \oint_S (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}^T + \bar{p} - \bar{\tau}_{viscous}) \overrightarrow{dA}_s}{ds} \approx C_D a \rho_g v_{vg}^2 \frac{\overrightarrow{v}_{vg}}{v_{vg}} \quad (12)$$

Cette expression découle directement de la définition du coefficient de trainée C_D . La force de trainée agit dans la direction de la vitesse de l'écoulement. Elle permet de faire une

approximation de la contribution des forces de pression et de viscosité à travers la section de l'arc, représentée par le volume de contrôle (Figure 3).

Dans le cas où l'arc est soufflé (champ dynamique important) et en considérant un effet négligeable du champ magnétique, le terme à gauche s'annule. En considérant que l'effet de pression et celui des forces visqueuses sont négligeables, il s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{d \oint_S (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}^T + \bar{p} - \bar{\tau}_{viscous}) \overrightarrow{dA}_s}{ds} \approx \int_C \rho v_v^2 a \overrightarrow{u}_r d\zeta \quad (13)$$

$$\approx \pi a (\rho_g v_{vg}^2 - \rho_\infty v_{v\infty}^2) \frac{\vec{R}}{R} \approx \vec{0}$$

Cette expression est obtenue en considérant $\overrightarrow{dA}_s = a d\zeta ds \overrightarrow{u}_r$, étant donné que le rayon a ne subit pas de variations suivant s et que le produit $a \kappa \cos\zeta$ est négligeable. L'intégrale à gauche de l'équation (13) se transforme en une intégrale curviligne sur le contour. En supposant que v_{vg} est la vitesse moyenne en aval et que $v_{v\infty}$ est la vitesse moyenne en amont, on obtient l'expression en bas dans (13). Par conséquent, l'équilibre est assuré par les forces d'inertie dans la direction normale.

En considérant que C_D (coefficient de traînée) est inversement proportionnel au nombre de Reynolds et que K est la constante de proportionnalité [1], nous en déduisons ce qui suit [1,5]:

$$\begin{cases} v_{vg} = \frac{KIB}{\mu_g} & (\text{Champ magnétique}) \\ v_{vg} = v_{v\infty} \sqrt{\frac{\rho_\infty}{\rho_g}} & (\text{champ dynamique}) \end{cases} \quad (14)$$

A noter que le nombre de Reynolds est donné par $Re = \frac{\rho_g v_{vg} a}{\mu_g}$.

4. Calcul du champ magnétique auto-induit dans le plan

Dans cette partie, nous calculons l'expression du champ magnétique pour la colonne d'arc. Bien que le courant traversant l'arc soit alternatif, nous pouvons appliquer la loi de Biot-Savart en supposant que le régime est quasi stationnaire, puisque la fréquence à laquelle la torche opère est très faible (50 Hz) et la longueur caractéristique est petite (La distance entre les électrodes est d'ordre 1 cm). Si nous considérons que l'arc se comporte comme un fil conducteur dans le plan, la loi de Biot-Savart s'écrit sous sa forme 1D :

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 I(t)}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (15)$$

$d\vec{l}$ est le vecteur unitaire tangent. \vec{r} et \vec{r}' représentent les points source et champ respectivement. Afin de simplifier considérablement la complexité de l'intégrale précédente et de la rendre soluble analytiquement, nous supposons que l'arc constitue un arc de cercle. Par conséquent, nous obtenons dans le plan :

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = -\frac{\mu_0 I(t)}{16\pi} \ln \left(\tan^2 \left(\frac{\epsilon}{4} \right) \cot^2 \left(\frac{\phi}{4} \right) \right) \vec{r} \quad (16)$$

Nous désignons par ϵ l'angle en-dessous duquel le point source n'a pas d'effet magnétique sur le point champ. ϕ correspond à l'angle d'écart entre le centre du cercle dont l'arc à

l'instant t est le support et les extrémités des électrodes. Tous les paramètres géométriques sont illustrés dans la Figure 4.

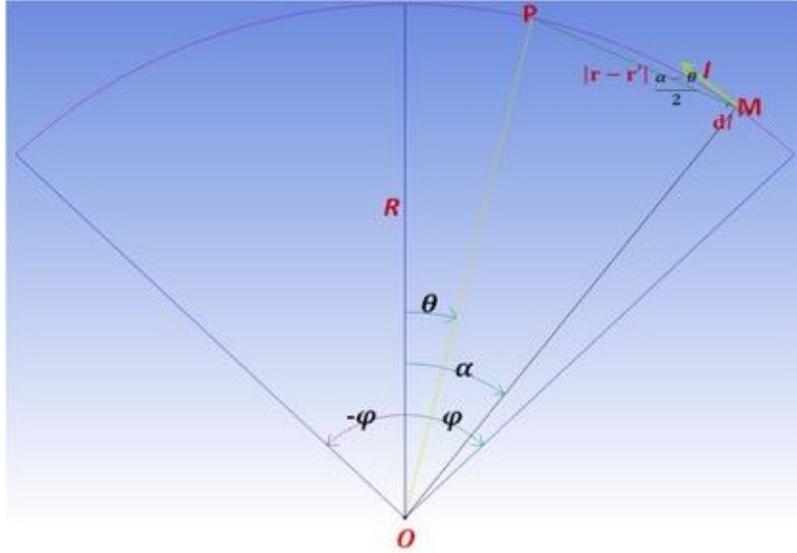


Figure 4. Les paramètres géométriques utilisés dans le calcul du champ magnétique auto-induit

5. Les équations de la dynamique de l'arc dans le plan

Pour évaluer le mouvement de l'arc, l'équation (7) est écrite dans un référentiel absolu, celui d'un observateur (ou des électrodes):

$$\begin{cases} \frac{\dot{y}}{(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{C_{\delta}(t)\lambda y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} + v_{vg}(s,t) & \text{(cartésien)} \\ \frac{r\dot{r}}{(r^2+r'^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{C_{\delta}(t)\lambda(-rr''+2r'^2+r^2)}{(r^2+r'^2)^{\frac{3}{2}}} + v_{vg}(s,t) & \text{(polaire)} \end{cases} \quad (17)$$

La valeur de v_{vg} est calculée à partir des expressions (14). (16) et (17) désignent respectivement les dérivées par rapport aux temps et par rapport aux coordonnées spatiales. Les différentes propriétés du gaz plasma (diffusivité thermique, conductivité électrique, ...) sont tabulées en fonction de la température. Les valeurs du reste des paramètres figurant dans les équations (14), (16) et (17), comme le courant $I(t)$, le champ magnétique B et la vitesse de soufflage v_{vg} , dépendent des conditions opératoires de la torche et de sa géométrie.

6. Simulation numérique MHD

Les résultats analytiques ont été validés pour plusieurs cas d'étude par comparaison avec des résultats de simulation magnétohydrodynamique (MHD) effectuée sous Code Saturne (Figure 5). Nous n'en présentons ici que quelques résultats. Le cas présenté dans le Tableau 1 et dans la Figure 5 correspondent à un cas d'étude d'un arc AC fonctionnant avec de l'air comme gaz plasma, un courant de 50 A, une fréquence de 50 Hz, une vitesse d'injection de 1 m.s^{-1} et une distance inter-électrode de 1cm. Nous constatons clairement, une très bonne concordance entre les résultats analytiques et ceux obtenus par simulation numérique.

ωt	Résultats	S_{max}	T_{max}	Y_{max}	a	E
		$W.m^{-1}$	K	mm	mm	$V.m^{-1}$
0	MHD	-	5450	2,3	-	70
	Théorie	740	5280	2,4	-	0
$\frac{\pi}{4}$	MHD	-	7460	1,5	2	2950
	Théorie	10980	7120	1,4	2,2	2790
$\frac{\pi}{2}$	MHD	-	11710	0,95	2,3	2450
	Théorie	15980	11680	0,95	2,2	2580

Tableau 1. Comparaison entre résultats MHD et analytiques arc AC (air à 1 bar) 50A 50Hz
 $V_{in} = 1m.s^{-1}$ à $\omega t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

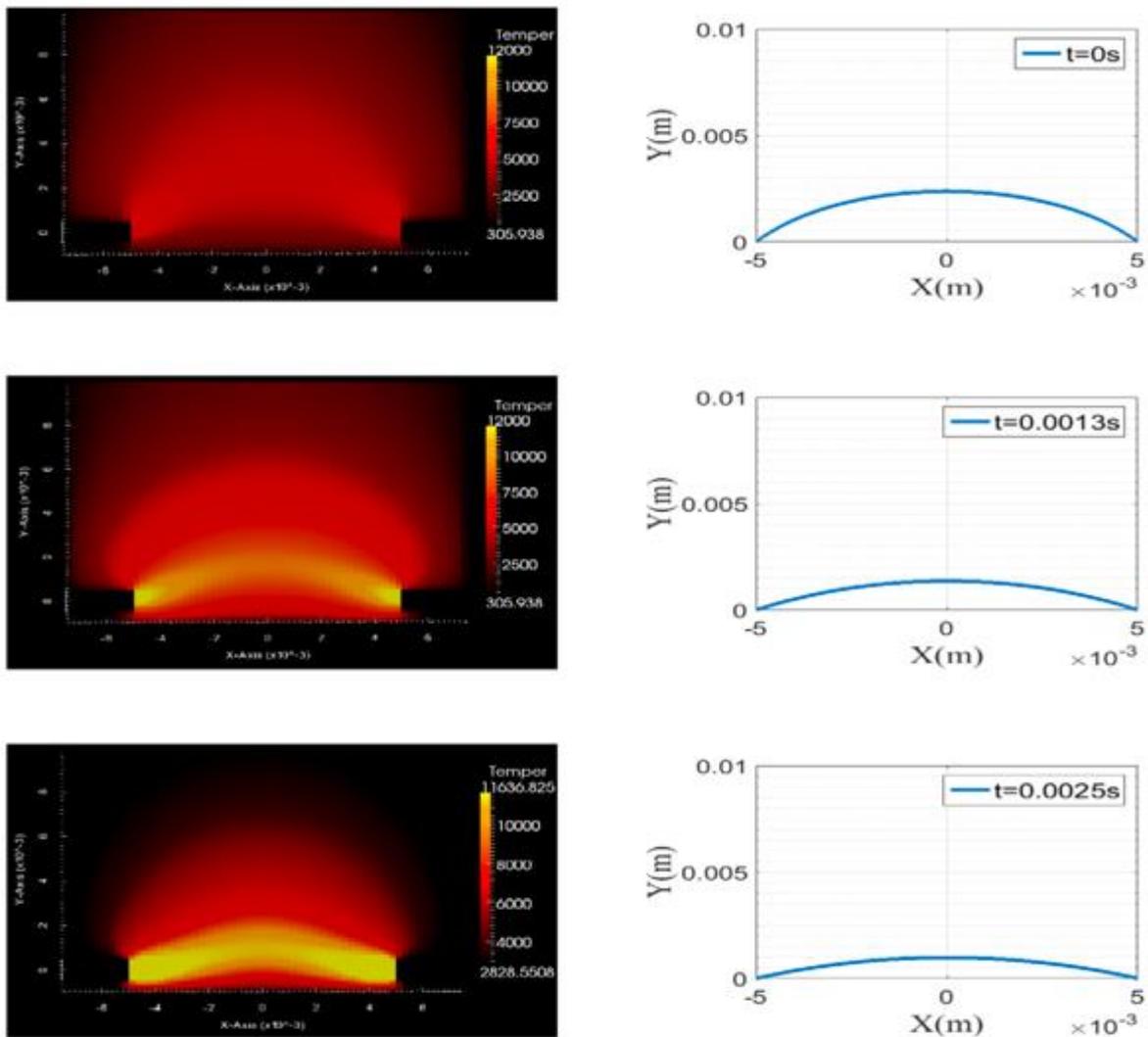


Figure 5. Résultats MHD (gauche) et analytiques (droite) arc AC (air à 1 Bar) 50A 50Hz
 $V_{in} = 1m.s^{-1}$ à $\omega t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

Conclusion

Un modèle analytique basé sur des travaux théoriques antérieurs a été élaboré. Il permet de traiter relativement simplement une physique complexe en apportant de précieuses informations de base préalablement ou complémentirement à toute modélisation numérique MHD, gourmande en ressources. Les résultats analytiques sont conformes aux résultats de la modélisation numérique. Quelques différences peu significatives peuvent cependant être détectées ; ceci est attribué aux différentes hypothèses du modèle analytique et aux conditions aux limites de la simulation MHD. Le modèle peut être amélioré davantage si on tient compte du rayonnement et de la variation du rayon d'arc. Néanmoins, ce modèle est fructueux pour la conception de base de certains procédés plasma ainsi que pour certaines applications faisant intervenir les arcs et les décharges électriques : disjoncteurs, arcs de coupure et soudage.

Références

- [1] Y. Abdo, V. Rohani, F. Cauneau, L. Fulcheri, (2017), New perspectives on the dynamics of AC and DC plasma arcs exposed to cross-fields, *Journal of Physics D : Applied Physics*, 50 (6), 14pp, 065203. Doi : 10.1088/1361-6463/aa540e
- [2] R. Phillips, D. Geister, P. Handy and S. Bowen, (1964), Three-phase AC arc heater, Wright-Patterson Air Force Base, OH: Aerospace Research Laboratories.
- [3] H.H. Maecker, (2009), *The Physics of Stationary Gas discharges near Thermal Equilibrium*, Cambridge: Herausgeber: H. Popp Matlab GmbH
- [4] G.A. Desyatkov, V.S. Engelsht, V.T. Gurovich, V.L. Spektorov, (1991), Theoretical investigation of evolution of a long arc in external fields, 10th International Symposium on Plasma Chemistry, 1, 1-24
- [5] M.F. Zhukov and I.M. Zasytkin, (2007), *Thermal Plasma Torch Design, Characteristics and applications*, Cambridge: Cambridge International Science
- [6] H.H. Maecker et H.G. Stäblein, (1986) What keeps an arc standing in a cross flow, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 14 (4). Doi : 10.1109/TPS.1986.4316554
- [7] H.O. Schrade, (1973), Stable Configuration of Electric Arcs in Transverse Magnetic Fields, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1 (3), 47-54. Doi : 10.1109/TPS.1973.4316092

Annexe

$$dl^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\eta^2 + (1 - \kappa\rho \cos \zeta)^2 ds^2 \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{\text{grad}} S = \vec{\nabla} S = \begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \rho} \\ \frac{\partial S}{\rho \partial \eta} \\ \frac{\partial S}{(1 - \kappa\rho \cos \zeta) \partial s} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{S} = \nabla \cdot \vec{S} &= \frac{1}{\rho(1 - \kappa\rho \cos \zeta)} \left[\frac{\partial(\rho(1 - \kappa\rho \cos \zeta)S_\rho)}{\partial \rho} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial((1 - \kappa\rho \cos \zeta)S_\eta)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\rho S_s)}{\partial s} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \Delta S = \nabla^2 S &= \frac{1}{\rho(1 - \kappa\rho \cos \zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho(1 - \kappa\rho \cos \zeta) \frac{\partial S}{\partial \rho} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\left(\frac{1 - \kappa\rho \cos \zeta}{\rho} \right) \frac{\partial S}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\left(\frac{\rho}{1 - \kappa\rho \cos \zeta} \right) \frac{\partial S}{\partial s} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{curl} \vec{S} = \vec{\nabla} \times \vec{S} = \frac{1}{\rho(1 - \kappa\rho \cos \zeta)} \begin{pmatrix} \rho & \eta & s \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\partial}{\partial s} \\ S_\rho & \rho S_\eta & (1 - \kappa\rho \cos \zeta) S_s \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Nomenclature

a : Rayon de l'arc (m)

A_s : Section perpendiculaire à la ligne centrale de coordonnée curviligne s (m²)

\vec{B} : Champ magnétique (T)

C_D : Coefficient de trainée

\vec{E} : Champ électrique (V.m⁻¹)

I : Courant (A)

J_0, J_1 : Fonction de Bessel du premier type d'ordre zéro et un respectivement

$\vec{\bar{P}}$: Tenseur de contraintes mécaniques (kg.s⁻²)

q_1 : La première racine de J_0

r : Coordonnée radiale (m)

s : Coordonnée curviligne (m)

S : Potentiel du flux de chaleur (W.m^{-1})

t : Temps (s)

T : Température (K)

v : Vitesse algébrique (m.s^{-1})

\vec{V} : Vecteur vitesse (m.s^{-1})

x, y : Coordonnées cartésiennes (m)

\vec{W} : Vecteur vitesse relative (m.s^{-1})

Δ : Laplacien

ζ : Angle poloïdal dans le repère de Frenet après torsion (rad)

η : Angle poloïdal dans le repère de Frenet sans torsion (rad)

κ : Courbure (m^{-1})

λ : Diffusivité thermique ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)

μ : Viscosité dynamique ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)

ρ : Masse volumique (kg.m^{-3})

σ : Conductivité électrique ($\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$)

$\bar{\bar{\tau}}_{Maxwell}$: Tenseur de contraintes électromagnétiques (kg.s^{-2})

χ : Torsion (m^{-1})

ω : Fréquence (rad.s^{-1})

∇ : Opérateur nabla