



Deux contributions  
pour l'optimisation  
d'un système  
électrique fortement  
renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la  
gestion du couplage  
temporel

Contribution à la  
gestion de la non  
convexité des  
équations de power  
flow dans le réseau de  
distribution

# Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Mines-Paristech, PERSEE 

29 août 2016



# Content

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Contexte de la transition Énergétique

## ► Loi de transition énergétique

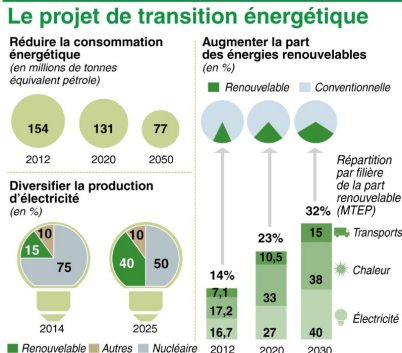
Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

### Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution



# Contexte de la transition Énergétique

- ▶ Loi de transition énergétique
- ▶ Vers un mix 100% renouvelable en 2050 (étude pour l'ADEME)

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution



# Contexte de la transition Énergétique

- ▶ Loi de transition énergétique
- ▶ Vers un mix 100% renouvelable en 2050 (étude pour l'ADEME)
- ▶ Problème : les énergies renouvelables sont intermittentes et décentralisées. Il existe des solutions (stockage, réseau, smart grid, ...). Arbitrage, opération, ... → **mathématiques appliquées**

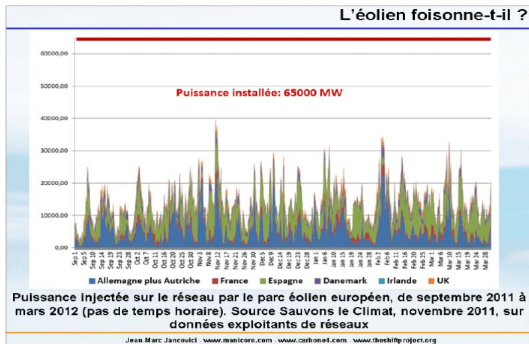
Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution



# Prise de décision dans le système électrique

- ▶ Plusieurs échelles de temps
  
- ▶ Planification/investissement **(1-50 ans)**
- ▶ Gestion des maintenances/stock hydro/.. **(1 mois-2 ans)**
- ▶ Démarrage de centrales/échange pays voisins (1 heure-1 semaine)
- ▶ ajustement de la production/échanges (1s - 1 heure)

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Prise de décision dans le système électrique

- ▶ Plusieurs échelles de temps
  - ▶ Sous incertitudes
- 
- ▶ Politiques/sociales/économiques
  - ▶ météorologiques (vent/soleil/température)
  - ▶ technologiques (pannes, ... )

Deux contributions  
pour l'optimisation  
d'un système  
électrique fortement  
renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la  
gestion du couplage  
temporel

Contribution à la  
gestion de la non  
convexité des  
équations de power  
flow dans le réseau de  
distribution

# Prise de décision dans le système électrique

- ▶ Plusieurs échelles de temps
- ▶ Sous incertitudes
- ▶ Contraintes de fonctionnement des équipements et du réseau
  
- ▶ Qualité de l'électricité sur le réseau (tension, fréquence, harmoniques,... → physique complexe)
- ▶ Capacité des lignes (Intensité → couplage spatial)
- ▶ Contraintes de fonctionnement des centrales/stockage (→ couplage temporel)
- ▶ ...

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution



# Prise de décision dans le système électrique

- ▶ Plusieurs échelles de temps
- ▶ Sous incertitudes
- ▶ Contraintes de fonctionnement des équipements et du réseau
- ▶ Jeux d'acteurs complexes

Deux contributions  
pour l'optimisation  
d'un système  
électrique fortement  
renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la  
gestion du couplage  
temporel

Contribution à la  
gestion de la non  
convexité des  
équations de power  
flow dans le réseau de  
distribution

# Prise de décision dans le système électrique

- ▶ Plusieurs échelles de temps
- ▶ Sous incertitudes
- ▶ Contraintes de fonctionnement des équipements et du réseau
- ▶ Jeux d'acteurs complexes
- ▶ Méthodologie pour questionner l'avenir énergétique :  
Optimisation CAPEX + OPEX

Deux contributions  
pour l'optimisation  
d'un système  
électrique fortement  
renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la  
gestion du couplage  
temporel

Contribution à la  
gestion de la non  
convexité des  
équations de power  
flow dans le réseau de  
distribution

# Quelques problèmes de mathématiques appliquées

- ▶ Statistiques/modélisation stochastique
  - ▶ Prévion (de production, de conso, d'incertitude, scénarios...)
  - ▶ Stochastic Weather Generators (simulation de la météo, simulation de la production, de la consommation, ...)

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Quelques problèmes de mathématiques appliquées

- ▶ Statistiques/modélisation stochastique
  - ▶ Prévion (de production, de conso, d'incertitude, scénarios...)
  - ▶ Stochastic Weather Generators (simulation de la météo, simulation de la production, de la consommation, ...)
- ▶ Optimisation (planification/opération/simulation marché)
  - ▶ Grande dimension
  - ▶ stochastique
  - ▶ Structuré (couplage temporel/couplage spatial)
  - ▶ non convexe (pour le réseau de distribution)

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Conten

## Introduction

### Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

### Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Version générale du problème (gestion de stockage)

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad & \sum_{i=1}^n C_i(x_i) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} lb_i \leq x_i \leq ub_i & i = 1, \dots, n \\ lbC_i \leq \sum_{j=1}^i x_j \leq ubC_i & i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

où  $lbC, ulbC, lb$  et  $ub$  vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ , et  $C_i$  ( $i = 1 \dots, n$ ) fonctions de coût

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Version générale du problème (gestion de stockage)

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad & \sum_{i=1}^n C_i(x_i) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} lb_i \leq x_i \leq ub_i & i = 1, \dots, n \\ lbC_i \leq \sum_{j=1}^i x_j \leq ubC_i & i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

où  $lbC, ubC, lb$  et  $ub$  vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ , et  $C_i$  ( $i = 1 \dots, n$ ) fonctions de coût

**Résultat** : Si les  $C_i$  sont linéaires par morceau et convexes on peut résoudre ce problème

- ▶ en un temps quasi-linéaire en  $n$
- ▶ de manière exacte
- ▶ package R implémenté et dispo sur le CRAN.

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Équation de récurrence de type Bellman et Algorithme

Introduisons  $D_k(z)$ , définit pour  $k \in \mathbb{N}_n^*$  :

$$D_k(z) = \min \left( \sum_{i=1}^k C_i(x_i) \right) \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_i \in [lbP_i; ubP_i] & i = 1, \dots, k \\ \sum_{j=1}^i x_j \in [lbC_i; ubC_i] & i = 1, \dots, k-1 \\ \sum_{j=1}^k x_j = z \end{cases}$$

- ▶ **Interprétation** :  $z$  niveau de stockage au pas de temps  $k$
- ▶ Facile de trouver une équation de récurrence sur  $D_k$
- ▶ **Algorithme** :
  - ▶ **Etape 1** Pour  $k = 1..K$  calculer  $D_k$  par récurrence
  - ▶ **Etape 2** Pour  $k = K..1$  calculer  $z_k^*$  l'état optimal du stockage à l'étape  $k$



# Formulation de l'équation de récurrence avec des opérations élémentaires

Equations de l'algorithme :

$$D_i(z) = (D_{i-1}[lbC_i, ubC_i]) \square (C_i[lbP_i, ubP_i])$$

$$f = \otimes [D_i[lbC_i, ubC_i], z_{i+1}^*] + C_{i+1}[lbP_{i+1}, ubP_{i+1}]$$

$$z_i^* = \text{Argmin} f$$

Opérations élémentaires :

$$\text{InfConv} : (f \square g)(x) = \min_{y \in \mathbb{R}} \{f(x - y) + g(y)\}$$

$$\text{Squeeze} : f[a, b](x) = \begin{cases} f(x) & \text{if } x \in [a, b] \\ +\infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{SWAP} : (\otimes[f, y])(x) = f(y - x)$$

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Le cas des fonctions convexes linéaires par morceau

- ▶ Les fonctions convexes linéaires par morceaux sont stables par ces opérations et peuvent être décrites par :
  - ▶ un vecteur de pentes (ou de différentiels de pentes)
  - ▶ un vecteur de points de rupture

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

## Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

**Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité**

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Le cas des fonctions convexes linéaires par morceau

- ▶ Les fonctions convexes linéaires par morceaux sont stables par ces opérations et peuvent être décrites par :
  - ▶ un vecteur de pentes (ou de différentiels de pentes)
  - ▶ un vecteur de points de rupture
- ▶ Toutes les opérations mentionnées peuvent être faites avec une faible complexité
  - ▶ SWAP, changement de l'offset et lecture des vecteurs dans le sens inverse **Complexité** :  $O(1)$ .
  - ▶ Sum( $n, m$ ), insertion de  $m$  points dans une chaîne ordonnée de  $n$  points **Complexité** :  $O(m * \log(n))$ .
  - ▶ Squeeze, deux insertions dans un vecteur de  $n$  points **Complexité** :  $\log(n)$
  - ▶ InfConv,  $f \square g = (f^* + g^*)^*$  la transformée de Legendre "\*" est une inversion des pentes et des points de rupture. **Complexité** :  $O(m * \log(n))$ .

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Le cas des fonctions convexes linéaires par morceau

- ▶ Les fonctions convexes linéaires par morceaux sont stables par ces opérations et peuvent être décrites par :
  - ▶ un vecteur de pentes (ou de différentiels de pentes)
  - ▶ un vecteur de points de rupture
- ▶ Toutes les opérations mentionnées peuvent être faites avec une faible complexité

Package implémenté en R/Cpp ConConPiWiFun disponible sur le CRAN

Comparaison empirique avec CPLEX :

$n$	100	1000	5000	$10^4$	$10^5$	$10^6$
dyn.prog. [ms]	0.34	3.06	28.8	61.5	649.2	6285
CPLEX [ms]	4.31	724	63579	NC	NC	NC

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Description du problème d'optimisation et équation de Bellman

Les ingrédients algorithmiques à l'origine de la rapidité

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Content

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Exemples concrets de questions posées aujourd'hui

- ▶ Dimensionnement du raccordement PV autrement que par rapport à Pcrete
  - ▶ Contraintes d'intensité : Pmax, bridage, gestion de la demande, stockage, ...
  - ▶ Contraintes de tension : Injection de réactif, transfo régleur pour la gestion des problèmes de tension
- ▶ Stockage centralisé Vs décentralisé
- ▶ Gestion centralisée Vs décentralisée et coordination GRD/GRT

Pour répondre à ces questions 2 méthodes :

- ▶ Load flow pour plusieurs cas de figure et arbitrage (limité)
- ▶ Optimal power flow

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

# Optimal power flow (principe et algorithme)

- ▶ Fonction objectif :
  - ▶ Max revenu sur marcher
  - ▶ Min de la distance à un ordre (i.e. donné par le système centralisé, auto-conso, ...)
- ▶ Variables :
  - ▶ Puissances actives/réactives (stockage, prod, demande modulable, achat marcher, ...)
  - ▶ Transfo régleur
- ▶ Equations :
  - ▶ Power flow, contraintes tension, intensité.
  - ▶ Contraintes de fonctionnement (temporelles, stockage, rampes, durées min de fonctionnement, puissance apparente des onduleurs. ...)

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

- ▶ **Problème** : Dans le réseau de distribution grande dimension et contraintes : linéaire + égalité sur un cône de second ordre.
- ▶ **Solution** existante : relâcher la contrainte d'égalité et espérer que la relaxation soit exacte.

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution



- ▶ **Problème** : Dans le réseau de distribution grande dimension et contraintes : linéaire + égalité sur un cône de second ordre.
- ▶ **Solution** existante : relâcher la contrainte d'égalité et espérer que la relaxation soit exacte.
- ▶ Nous avons montré que dans un cas de forte pénétration renouvelable la relaxation est le plus souvent inexacte.
- ▶ **Solution** proposée : un algorithme itératif utilisant la relaxation et y ajoutant des coupes successives.
- ▶ Nous avons proposé une procédure de construction des coupes et montré formellement que nos coupes sont satisfaisantes, i.e. à chaque étape elles :
  - ▶ excluent la solution de l'étape précédente.
  - ▶ incluent la vraie solution

- ▶ **Problème** : Dans le réseau de distribution grande dimension et contraintes : linéaire + égalité sur un cône de second ordre.
- ▶ **Solution** existante : relâcher la contrainte d'égalité et espérer que la relaxation soit exacte.
- ▶ Nous avons montré que dans un cas de forte pénétration renouvelable la relaxation est le plus souvent inexacte.
- ▶ **Solution** proposée : un algorithme itératif utilisant la relaxation et y ajoutant des coupes successives.
- ▶ Nous avons proposé une procédure de construction des coupes et montré formellement que nos coupes sont satisfaisantes, i.e. à chaque étape elles :
  - ▶ excluent la solution de l'étape précédente.
  - ▶ incluent la vraie solution
- ▶ De nombreux cas d'application ont pu illustrer l'efficacité de cet algorithme
- ▶ Autres travaux (en cours) cas stochastique/multi-temporel

Article : Optimal power flow of a distribution system based on increasingly tight cutting planes added to a second order cone relaxation Electrical Power and Energy Systems Volume 69, July 2015, Pages 9–17

# Conclusion, perspectives

- ▶ Les mathématiques appliquées sont essentielles dans le domaine de l'intégration des EnR.

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

## Conclusion, perspectives

- ▶ Les mathématiques appliquées sont essentielles dans le domaine de l'intégration des EnR.
- ▶ Un grand nombre de problèmes émergent en termes d'optimisation et de statistiques

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

## Conclusion, perspectives

- ▶ Les mathématiques appliquées sont essentielles dans le domaine de l'intégration des EnR.
- ▶ Un grand nombre de problèmes émergent en termes d'optimisation et de statistiques (grande dimension/stochastique/spatio-temporel/...)
- ▶ Deux contributions à l'optimisation :
  - ▶ l'une utilisant des techniques proche de la transformée de legendre rapide pour optimiser un stockage en un temps quasi-linéaire
  - ▶ l'autre reposant sur une procédure de coupes successives pour ramener un problème non convexe à un problème SDP.

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution

## Conclusion, perspectives

- ▶ Les mathématiques appliquées sont essentielles dans le domaine de l'intégration des EnR.
- ▶ Un grand nombre de problèmes émergent en termes d'optimisation et de statistiques (grande dimension/stochastique/spatio-temporel/...)
- ▶ Deux contributions à l'optimisation :
  - ▶ l'une utilisant des techniques proche de la transformée de legendre rapide pour optimiser un stockage en un temps quasi-linéaire
  - ▶ l'autre reposant sur une procédure de coupes successives pour ramener un problème non convexe à un problème SDP.
- ▶ Un domaines riche en perspectives et en applications

Merci de votre attention !

Des Questions ?

robin.girard@mines-paristech.fr

Deux contributions pour l'optimisation d'un système électrique fortement renouvelable

R. Girard

Introduction

Contribution à la gestion du couplage temporel

Contribution à la gestion de la non convexité des équations de power flow dans le réseau de distribution