HAL
open science

Implémentation et vérification de la méthode zonale à coefficients d'absorption multiples

Boutros Ghannam, Maroun Nemer, Khalil El Khoury

To cite this version:

Boutros Ghannam, Maroun Nemer, Khalil El Khoury. Implémentation et vérification de la méthode zonale à coefficients d'absorption multiples. Congrès Français de Thermique SFT 2011 Énergie solaire et thermique, May 2011, Perpignan, France. 6 p. hal-00770534

HAL Id: hal-00770534

https://minesparis-psl.hal.science/hal-00770534v1

Submitted on 7 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Implémentation et vérification de la méthode zonale à coefficients d'absorption multiples

Boutros GHANNAM[1*], Maroun NEMER[1], Khalil EL KHOURY[1]

[1]Centre Energétique et Procédés - MINES ParisTech - 5, rue Léon Blum 91120 Palaiseau
[*](auteur correspondant : boutros.ghannam@ensmp.fr)

Résumé - La méthode zonale à coefficients d'absorption multiples (MACZM) pour la modélisation des facteurs de transferts radiatifs dans les milieux transparents et semi-transparents est implémentée et validée numériquement. Les calculs sont améliorés par l'utilisation de réseaux de neurones artificiels. Une autre méthode efficace de calcul des facteurs de transferts radiatifs, la méthode des flux plans, est aussi décrite. Les deux méthodes sont appliquées simultanément pour le calcul des facteurs d'échanges radiatifs dans un four de réchauffage sidérurgique de brames d'acier et les résultats sont comparés. La validité de MACZM est ainsi démontrée et des temps de calcul réduits de plus de cent fois sont obtenus.

Nomenclature

a	coefficient d'absorption
D	dimension fixée du voxel
dS	élément de surface
F_{12}	facteur de forme entre deux surfaces
$\overline{g_1 g_2}$	GEF (facteur d'échange générique) volume-volume
L_{em}	MBL (longueur moyenne de faisceau) d'émission
L_t	MBL de transmission
n_x, n_y, n_z	distances adimensionnelles
$N_\emptyset$	nombre de partitions angulaires
S	surface
$\overline{s_1 g_2}$	GEF surface-volume
$\overline{s_1 s_2}$	GEF surface-surface
V	volume
Lettres grecques	
$\theta, \emptyset$	coordonnées sphériques
τ	épaisseur optique de transmission
Indices et exposants	
i, j, k, n, m	indices d'éléments
pd	composant perpendiculaire
pp	composant parallèle

1. Introduction

Le calcul des facteurs de transferts radiatifs est généralement la principale difficulté dans la modélisation dynamique des transferts de chaleur dans les milieux à haute température. L'intégration directe de l'équation de transferts radiatifs est très difficile, même pour les applications les plus simples. Par conséquent, plusieurs méthodes numériques ont été développées. La plupart de ces méthodes restent très lentes ou peu précises, surtout en milieux participants et/ou multidimensionnels.

La méthode zonale à coefficients d'absorption multiples (MACZM) est basée sur le concept de facteur d'échange générique (GEF) similairement à la méthode zonale traditionnelle [1-3]. Cette méthode a été d'abord développée par Yuen [4], qui a introduit une nouvelle définition des GEF somme étant la superposition de GEF partiels. Ces derniers permettent de prendre en considération des changements brusques des propriétés radiatives du milieu, surtout autour des volumes émetteurs et récepteurs du rayonnement. La méthode est très efficace dans les milieux non-isothermes et non-uniformes.

Dans un travail plus récent, Yuen [5] a défini un ensemble de longueurs de faisceaux permettant de remplacer la tabulation des GEF par des corrélations de réseaux de neurones. Afin de valider l'approche, on considère le cas d'un four de réchauffage sidérurgique de brames, contenant un mélange de fumées qui rend le volume semi-transparent. D'autre part, on considère un outil efficace, MODRAY, présenté par El Khoury [6]. MODRAY est basé sur la méthode des flux plans et conçu pour le calcul des facteurs de transferts radiatifs dans les enceintes fermées. Les facteurs de transferts radiatifs directs (ne prenant pas en compte l'effet des multi-réflexions du rayonnement) dans le four sont ensuite calculés par les deux méthodes simultanément et les valeurs sont comparées.

2. Méthode zonale à coefficients d'absorption multiples

2.1. Facteurs d'échange génériques

Un facteur d'échange générique (GEF), est défini comme étant la quantité de rayonnement émise par un élément de volume (ou voxel) ou un élément de surface et absorbée par un autre élément de volume ou de surface. Yuen [4], a défini trois facteurs d'échanges génériques partiels à deux composants chacun. La superposition des GEF partiels permet d'obtenir les GEF. Un maillage volumique, dont les voxels sont cubiques, est considéré, mené d'un repère de coordonnées cartésiennes (O, x, y, z). La position d'un voxel est déterminée par les coordonnées discrètes de son sommet inférieur gauche (figure 1).

L'échange radiatif entre deux éléments de volume est caractérisé par neuf GEF partiels. Deux cas de référence sont à distinguer, $(g_1g_2)_{pp}$ et $(g_1g_2)_{pd}$ (figure 1). $(g_1g_2)_{pp}$ est la fraction de l'échange radiatif entre les deux volumes qui est émise par V_1 à travers sa surface supérieure, et reçue par V_2 à travers sa surface inférieure, et $(g_1g_2)_{pd}$ est la fraction échangée entre les deux volumes à travers la surface de V_1 perpendiculaire à l'axe des "x" et la surface inférieure de V_2. Les GEF partiels volume-volume, sont définis en fonction des trois épaisseurs optiques a_1D , a_2D et a_mD et des distances adimensionnelles (n_x, n_y, n_z) entre les deux voxels :

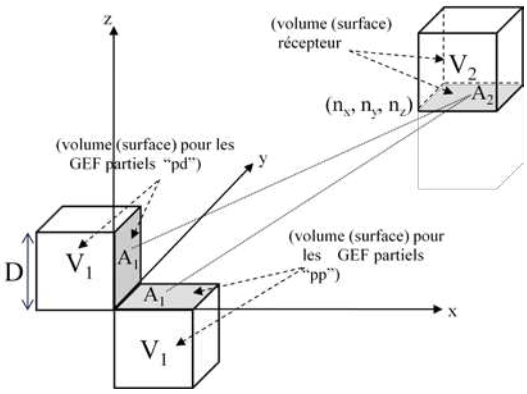

Figure 1: Géométrie des GEF partiels

$$\frac{(g_1g_2)_{pp}}{D^2} = F_{ggpp}(a_1D, a_2D, a_{m,zz}D,\ n_x,\ n_y,\ n_z) \quad (1)$$

$$\frac{(g_1g_2)_{pd}}{D^2} = F_{ggpd}(a_1D, a_2D, a_{m,xz}D,\ n_x,\ n_y,\ n_z) \quad (2)$$

où D est la dimension caractéristique des voxels, a_1 et a_2 sont les coefficients d'absorption moyens dans V_1 et V_2 respectivement, a_m est l'absorptivité moyenne entre les centres des deux surfaces en considération (figure 1). a_m est calculé de proche en proche sur la ligne de centre à centre entre les deux surfaces en détectant tous les voxels traversés par la ligne et sommant la longueur de traversée de la ligne de chacun de ces voxels L_i, multipliée par le coefficient d'absorption moyen a_i associé à ce voxel (figure 2). La somme est ensuite divisée par la longueur totale L_c de la ligne joignant les deux centres : $a_m = (\sum a_iL_i)/L_c$. Le facteur d'échange entre deux voxels est obtenu par la superposition de 3^2 facteurs d'échanges génériques partiels volume-volume, étant donné que entre deux voxels, chaque voxel peut échanger du rayonnement avec l'autre à travers trois de ses facettes. Les sept autres GEF partiels sont obtenus à partir des deux cas de référence par des transformations géométriques simples.

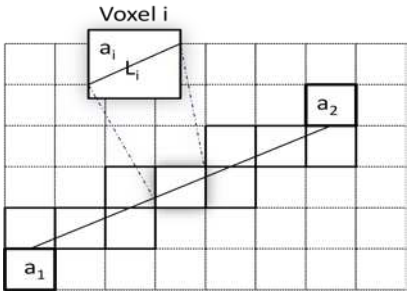

Figure 2 : Calcul de a_m en 2D

Le GEF partiel volume-surface à deux composantes $(g_1s_2)_{pp}$ et $(g_1s_2)_{pd}$ est défini de la même manière en fonction de a_1D et a_mD et (n_x, n_y, n_z). De même, pour le GEF surface-surface, qui est défini uniquement en fonction de a_mD et (n_x, n_y, n_z).

Le facteur d'échange direct entre deux objets de l'espace discret est égal à la somme de tous les facteurs d'échanges génériques entre leurs voxels. Yuen [4] tabule les facteurs d'échanges génériques partiels dans des tableaux utilisés pour l'application de MACZM. Cependant, ceci nécessite un grand espace mémoire et engendre une petite erreur inévitable due aux interpolations lors des lectures à partir des tableaux.

2.2. Longueurs moyennes de faisceaux et réseaux de neurones artificiels

Yuen [5] a défini un ensemble de longueurs moyennes de faisceaux (MBL), pour exprimer les facteurs d'échanges génériques partiels dans des équations monodimensionnelles. Il a démontré que six MBL sont suffisantes pour la modélisation des transferts radiatifs tridimensionnels entre volumes, volumes et surfaces, et entre surfaces. Celles-ci sont divisées en trois catégories, les MBL de transmission, d'émission et d'absorption. En cohérence avec les GEF partiels, les longueurs moyennes de faisceaux sont aussi définies en fonction des mêmes épaisseurs optiques a_1D, a_2D et a_mD et distances adimensionnelles (n_x, n_y, n_z).

La longueur moyenne de faisceau de transmission est physiquement équivalente à la longueur de trajet monodimensionnel qui permet de transmettre la même quantité de rayonnement entre deux éléments de surface dans le milieu considéré. Elle est reliée aux facteurs d'échanges génériques surface-surface par les équations suivantes :

$$\frac{(s_1 s_2)_{pp}}{D^2} = F_{12,pp}(n_x, n_y, n_z) e^{-a_m L_{t,pp}} \tag{3}$$

$$\frac{(s_1 s_2)_{pd}}{D^2} = F_{12,pd}(n_x, n_y, n_z) e^{-a_m L_{t,pd}} \tag{4}$$

où $L_{t,pp}$ et $L_{t,pd}$ sont les deux longueurs moyennes de faisceau de transmission. $F_{12,pp}$ et $F_{12,pd}$ sont les facteurs de formes entre les deux éléments de surface.
De même, la longueur moyenne de faisceau d'émission est interprétée physiquement comme étant la longueur de trajet monodimensionnel permettant d'avoir la même émissivité que le voxel émetteur. L'extension des équations précédentes donne les relations entre la longueur moyenne de faisceau d'émission et les facteurs d'échange génériques volume-surface,

$$\frac{(g_1 s_2)_{pp}}{D^2} = F_{12,pp}(n_x, n_y, n_z)(1 - e^{-a_1 L_{em,pp}}) e^{-a_m L_{t,pp}} \tag{5}$$

$$\frac{(g_1 s_2)_{pd}}{D^2} = F_{12,pd}(n_x, n_y, n_z)(1 - e^{-a_1 L_{em,pd}}) e^{-a_m L_{t,pd}} \tag{6}$$

où $L_{em,pp}$ et $L_{em,pd}$ sont les deux longueurs moyennes de faisceaux d'émission.

La longueur moyenne de faisceau d'absorption est interprétée physiquement comme étant la longueur de trajet monodimensionnel permettant d'avoir la même absorptivité que le voxel absorbant. De même, les relations entre la longueur moyenne de faisceau d'absorption et les facteurs d'échange génériques volume-volume sont données par :

$$\frac{(g_1 g_2)_{pp}}{D^2} = F_{12,pp}(n_x, n_y, n_z)(1 - e^{-a_2 L_{a,pp}})(1 - e^{-a_1 L_{em,pp}}) e^{-a_m L_{t,pp}} \tag{7}$$

$$\frac{(g_1 g_2)_{pd}}{D^2} = F_{12,pd}(n_x, n_y, n_z)(1 - e^{-a_2 L_{a,pd}})(1 - e^{-a_1 L_{em,pd}}) e^{-a_m L_{t,pd}} \tag{8}$$

$L_{a,pp}$ et $L_{a,pd}$ étant les deux longueurs moyennes de faisceaux d'absorption.

Compte tenu de la complexité du comportement des MBL en fonction de leurs variables d'entrées, elles sont estimées par des réseaux de neurones artificiels, à deux couches, générés par apprentissage. L'erreur engendrée par les réseaux de neurones est inférieure à 5 %. Les données utilisées pour l'apprentissage sont générées par intégration numérique directe et pour des intervalles limités de variables d'entrées ; les réseaux de neurones sont ensuite générés pour

les mêmes intervalles. Les épaisseurs optiques a_1D, a_2D et a_mD varient dans l'intervalle entre 0,01 et 4,6 pour tous les cas. Les valeurs maximales des distances adimensionnelles varient légèrement pour chaque réseau de neurones, mais en restant proches de 8 dans tous les cas. Pour des épaisseurs optiques supérieures à 4,6, le volume s'approche d'un corps noir; le facteur d'échange générique entre des voxels distants est suffisamment petit et ne contribue pas significativement dans le bilan total de transferts de chaleur. Dans le calcul, les épaisseurs optiques supérieures à 4,6 sont remplacées par la valeur 4,6 et les distances adimensionnelles dépassant les limites, sont remplacées par les plus proches qui sont à l'intérieur des limites et qui correspondent au même trajet. Plus de détails sur les réseaux de neurones peuvent être trouvés dans Yuen [5].

3. Calcul des facteurs de transferts radiatifs directs par MODRAY

MODRAY est un outil qui permet de calculer les facteurs de transferts radiatifs surface-surface, surface-volume et volume-volume. Il est basé sur la méthode des flux plans [7, 8] et les relations d'Emery et al. [9].

3.1. Calcul des facteurs de transferts radiatifs directs surface-surface $\overline{S_iS_j}$ par la méthode des flux plans

Dans la méthode des flux plans une formulation angulaire des facteurs de transferts radiatifs directs est considérée. Les flux sortant d'une surface sont discrétisés en des quarts de plans appelés les flux plans, et les formules sont ensuite intégrées numériquement. La méthode induit une approximation appelée l'approximation des flux plans.

Considérons une surface S_i et un point M sur S_i, dS_i est un élément de surface de S_i entourant M (Figure 3). Vue du point M, une surface S_j se trouve dans la partie de l'espace située entre $\emptyset_1$ et $\emptyset_2$ en coordonnée angulaire $\emptyset$, et pour chaque valeur de $\emptyset$ entre θ_1 et θ_2. Dans un milieu absorbant gris non diffusant, le rayonnement reçu par S_j à partir de dS_i est calculé par :

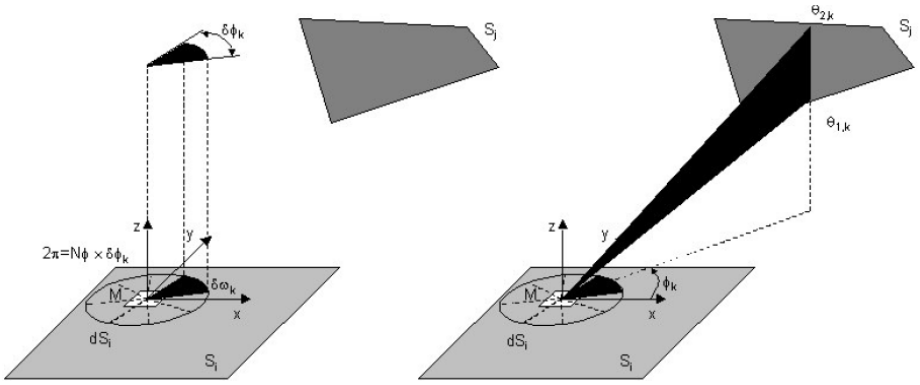

Figure 3: Approximation des flux plans

$$dq_{ij} = \int_{\emptyset_1}^{\emptyset_2} \int_{\theta_1(\emptyset)}^{\theta_2(\emptyset)} I_i \, \tau_{ij} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, d\emptyset \tag{9}$$

I_i est la luminance de rayonnement isotropique émis par dS_iet τ_{ij} est la transmissivité moyenne entre dS_i et S_j le long du rayon de direction $(\emptyset, \theta)$.

Sachant que le flux total émis par dS_i dans toutes les directions est égal à πI, et après intégration sur S_i, la formulation angulaire du facteur de transferts radiatifs directs entre S_i et S_j est:

$$\overline{S_iS_j} = \frac{1}{2\pi} \int_{S_i} \int_{\emptyset_1}^{\emptyset_2} \int_{\theta_1(\emptyset)}^{\theta_2(\emptyset)} \tau_{ij} d(sin^2\theta) d\emptyset dS_i \tag{10}$$

L'hémisphère entourant M est divisée en un nombre fini $N_\emptyset$ de partitions, avec des angles solides $\delta\omega_k(k = 1, N_\emptyset)$ égaux. Chaque angle solide étant inclus entre deux quarts de plans perpendiculaires à S_i et faisant un angle $\delta\emptyset_k = 2\pi/N_\emptyset$ entre eux. Le flux radiatif dq_i ,émis par dS_i, st ainsi égal à la somme des flux $dq_{i,k}$ émis du point M dans les différents angles de solide $\delta\omega_k(k = 1, N_\emptyset)$. L'approximation des flux plans consiste alors à considerer que chacun des flux $dq_{i,k}$ est concentré dans le plan bissecteur de $\delta\omega_k$. L'équation (10) devient :

$$\overline{s_i s_j} = \frac{1}{N_\emptyset} \int_{S_i} \left(\sum_{k:\, \emptyset_1 \le \emptyset_k \le \emptyset_2} \int_{\theta_1(\emptyset)}^{\theta_2(\emptyset)} \tau_{ij}\, d(sin^2\theta) dS_i \right) \tag{11}$$

$\theta_{1,k}$ et $\theta_{2,k}$ étant les limites de S_j dans le plan bissecteur. Les deux intégrales de l'équation (15) sont effectuées numériquement par une quadrature de Gauss.

3.2. Calcul des facteurs d'échange radiatifs directs surface-volume $\overline{s_i g_j}$ et volume-volume $\overline{g_i g_j}$ par les relations de Emery et al.

Emery et al. ont démontré que les facteurs d'échange radiatifs directs surface-volume et volume-volume peuvent être déduits des facteurs surface-surface par des considérations de conservation et compte tenu que chaque volume est entouré par un nombre fini de surfaces. L'approche détaillée est présentée par Emery et al. [9]. A titre d'exemple, si on considère un volume V_j entouré par les surfaces s_a, s_b, s_c et s_d dont s_a et s_b sont exposées à une surface S_i et s_c et s_d sont cachées par le volume V_j, alors le facteur d'échange direct entre V_j et S_i est:

$$\overline{s_i g_j} = \overline{s_i s_a} + \overline{s_i s_b} - \overline{s_i s_c} - \overline{s_i s_d} \tag{12}$$

4. Application à un four de réchauffage sidérurgique

On considère un four à essais de réchauffage sidérurgique de brames d'acier. L'intérieur du four est rectangulaire (figure 4). Les dimensions internes du four sont $300\ cm \times 160\ cm \times 110\ cm$ et il est équipé de deux brûleurs sans flamme, placés dans la partie supérieure du four. Les deux brûleurs identiques sont modélisés par une étude CFD et sont démontrés équivalents à deux parallélépipèdes de dimensions $100\ cm \times 28\ cm \times 28\ cm$. Le four peut contenir une brame d'acier de dimensions $100\ cm \times 100\ cm \times 22\ cm$ et reposant sur quatre supports. La modélisation dynamique ainsi que les validations expérimentales des simulations sont détaillées par Ferrand [8]. Dans ce travail, on s'intéresse aux calculs des facteurs d'échanges radiatifs directs. Ceux-ci sont tout d'abord calculés par MACZM en appliquant un maillage de $30 \times 16 \times 11$ voxels (figure 5). Les facteurs d'échanges radiatifs directs sont ensuite générés dans MODRAY. Ceci engendre des maillages surfaciques. Trois cas de maillage sont considérés allant de $6 \times 6 \times 2$ mailles pour la brame dans le cas (a) jusqu'à $12 \times 12 \times 4$ dans le cas (c) qui correspond au maillage le plus fin considéré.

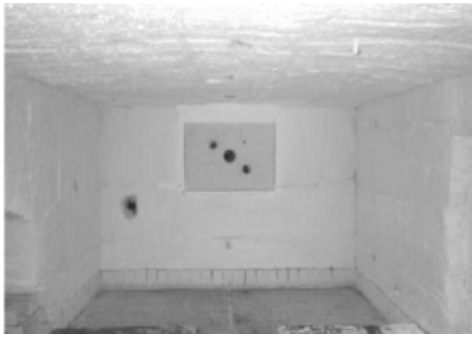

Figure 4 : Vue interne du four

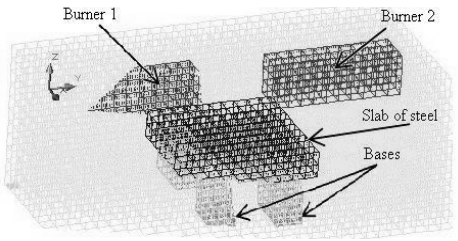

Figure 5 : Maillage du four (MACZM)

Les facteurs de transferts directs sont présentés dans le tableau 1. Les résultats de MACZM présentent un bon agrément avec le cas (c) (le maillage le plus fin) pour MODRAY. MODRAY

étant plus précis quand le maillage est plus fin, les résultats issus de MACZM sont ainsi validés. On note que les valeurs issues de MODRAY ont été validées expérimentalement par Ferrand [8]. De plus, on remarque que le temps de calcul total relatif à MACZM est très petit, de l'ordre de 2 s (comparé à 25 min pour MODRAY dans le cas (c)) ; ceci est obtenu grâce au concept de superposition de facteurs d'échanges génériques.

Tableau 1 : Facteurs de transferts radiatifs directs calculés par MACZM et MODRAY entre différents éléments du four de réchauffage sidérurgique considéré

Comparaison MACZM - MODRAY				
Facteurs de transferts [Temps de calcul]	MACZM [2 s]	MODRAY Cas (a) [25 min]	MODRAY Cas (b) [6-7 min]	MODRAY Cas (c) [2 min]
Brûleur (1) - Brûleur (2)	1,13560E-04	9,98015E-05	1,18587E-04	1,27992E-02
Brûleur (1) - Brame	1,03177E-02	1,00157E-02	9,76513E-03	8,68062E-02
Brûleur (2) - Brame	1,04588E-02	1,01281E-02	9,95802E-03	8,56366E-02

5. Conclusions et perspectives

La méthode zonale à coefficients d'absorption multiples a été programmée ensemble avec un set de longueurs moyennes de faisceaux et des réseaux de neurones artificiels qui leur sont associés. D'autre part, l'outil MODRAY, basé sur la méthode des flux plans pour le calcul des facteurs de transferts radiatifs directs surface-surface, est considéré.

MACZM est validée par comparaison à MODRAY sur le cas d'un four de réchauffage sidérurgique. Le temps de calcul relatif à la méthode est très court (2 s dans le cas du four). Ceci rend la méthode de grande importance pour la modélisation dynamique des facteurs de transferts radiatifs dans des systèmes mettant en jeu des milieux transparents ou semi-transparents.

Références

[1] H. C. Hottel and A. F. Sarofim, Radiative Transfer, *McGaw Hill*, New York, 1967.

[2] J. J. Nobel, The Zone Method: Explicit Matrix Relations for Total Exchange Areas, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, pp. 261-269, 1975.

[3] W. W. Yuen and E. E. Takara, The Zonal Method: A Practical Solution Method for Radiative Transfer in Nonisothermal Inhomogeneous Media, *Annual Reviews of Heat Transfer*, vol. 8, pp. 153-215, 1997.

[4] W. W. Yuen, The Multiple Absorption Coefficient Zonal Method (MACZM), an Efficient Computational Approach for the Analysis of Radiative Heat Transfer in Multidimensional Inhomogeneous Nongray Media, *Numerical Heat Transfer*, Part B, vol. 49, pp. 89-103, 2006.

[5] W. W. Yuen, Definition and Evaluation of Mean Beam Lengths for Applications in Multidimensional Radiatve Heat Transfer: A Mathematically Self-Consistent Approach, *J. Heat transfer*, vol.130, 2008.

[6] G. El Hitti, M. Nemer, K. El Khoury, and D. Clodic, Modified Zonal Method for Thin Semi-transparent Media with Reflective Boundary, *Proc. HT2007*, Vancouver, Canada, 32033, ASME-JSME, 2007.

[7] G. El Hitti, M. Nemer, K. El Khoury, and D. Clodic, Transient Radiation Heat Transfer in Glass Sheets by the Thin Layer Approximation, *J. Heat transfer*, vol.132, 2010.

[8] L. Ferrand, Modélisation et expérimentation des fours de réchauffage sidérurgiques équipés de brûleurs régénératifs à oxydation sans flamme, *Thèse, ENSMP*, Paris, 2003.

[9] A. F. Emery, O. Johansson, A. Abrous, Radiation Heat Transfer Shapefactors for Combustion Systems, Fundamentals and Applications of Radiation Heat Transfer, *ASME HTD*, vol. 72, pp. 119-126, 1987.