



HAL
open science

Analyse mécanique du battage des feuilles d'or

Eric Felder

► **To cite this version:**

Eric Felder. Analyse mécanique du battage des feuilles d'or. 21èmes Journées internationales franco-phones de tribologie - JIFT 2009, May 2009, Compiègne, France. p. 233-241. hal-00725485

HAL Id: hal-00725485

<https://minesparis-psl.hal.science/hal-00725485>

Submitted on 24 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Conception, Fabrication et Durabilité

5-6 mai 2009 – Compiègne – France

ANALYSE MECANIQUE DU BATTAGE DES FEUILLES D'OR

MECHANICAL ANALYSIS OF THE GOLD LEAF BEATING

E. Felder

CEMEF(Centre de Mise en Forme des Matériaux) - UMR Mines ParisTech-CNRS 7635
Ecole des Mines de Paris BP207 F06904 Sophia-Antipolis (France)

Résumé

On décrit le procédé de fabrication des feuilles d'or fines (0,2 μm) par fonderie, laminage et deux battages, puis on rappelle le mécanisme de « colline de frottement » qui fixe l'épaisseur finale (17 μm) obtenue par laminage. On analyse par la méthode des tranches un coup du second battage où la pile est constituée de feuilles d'or et de PET. On suppose le polymère élastique, le métal rigide-parfaitement plastique, le marteau plat et le frottement de Coulomb. Une zone périphérique avec glissement entre les feuilles coexiste avec une zone centrale sans glissement. L'amincissement du polymère l'étire dans la zone périphérique, ce qui met en bi-traction les feuilles d'or et produit leur amincissement. Les ordres de grandeur calculés (énergie, nombre de coups) sont compatibles avec la pratique.

Abstract

After a brief description of the manufacturing process of gold leaves (0,2 μm) by casting, rolling and two beatings, one recalls the "friction hill" phenomenon which imposes the final thickness (17 μm) in rolling. One analyses by the slab method one blow of the second beating where the stack is composed of gold and PET foils. One assumes the polymer is elastic, the metal rigid-perfectly plastic, the hammer flat and Coulomb friction. At the periphery sliding between foils occurs whereas the foils are stuck together in the centre zone. Thinning of polymer induces its drawing at the periphery, which applies bi-axial traction to gold foils and their thinning. The estimated orders of magnitude (energy, blows number) are in agreement with industrial practice.

1. INTRODUCTION

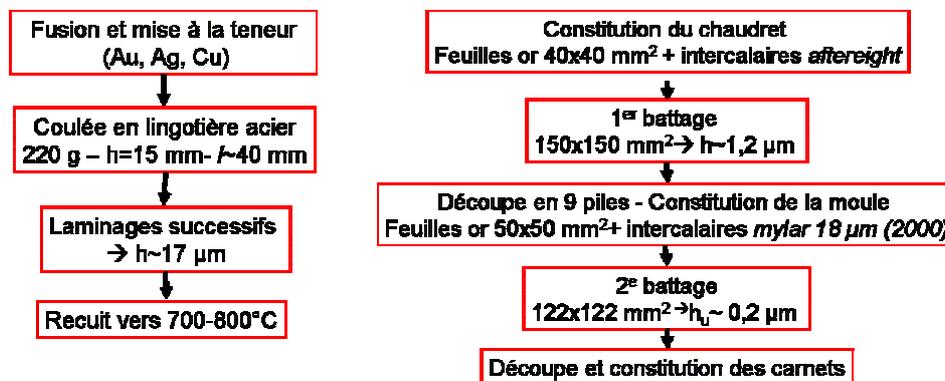
L'homme sait fabriquer depuis plus de 4000 ans des feuilles d'or très fines, d'épaisseur de l'ordre de 0,2-0,3 μm [1,2]. Cet exploit technique repose sur un procédé très original : le battage. Il consiste à frapper avec un marteau plusieurs milliers de fois une pile posée sur un tas plat et constituée alternativement, et ceci jusqu'à 2000 fois, de feuilles d'or et de feuilles intercalaires, plus épaisses : papier, baudruche et plus récemment polymère. Les mises en œuvre pratiques de ce procédé ont évolué au fil des âges et cette technique permet également l'obtention de feuilles métalliques très fines de nature variée : aluminium, argent, platine, palladium [3]. L'épaisseur minimale des feuilles dépend de la ductilité de l'alliage : pour le palladium, elle serait environ deux fois plus élevée que l'épaisseur minimale des feuilles en or. Si le battage est utilisé depuis longtemps pour produire les feuilles utilisées en dorure [3,4], il ne semble pas en exister d'analyse mécanique permettant de comprendre comment un tel amincissement est possible ; en effet, il est bien connu des lamineurs et des forgerons que la déformation élastique des outils et la croissance de la

pression de contact due au frottement dénommée « colline de frottement » [5] limite les possibilités d'amincissement direct d'un produit très plat comme une feuille.

Cet article décrit d'abord l'ensemble de la chaîne de fabrication par fonderie, laminage et les deux battages finaux [2,3]. Une analyse simplifiée permet d'interpréter l'épaisseur finale obtenue par laminage (17 μm environ). On analyse ensuite un coup du second battage où la pile est constituée de feuilles d'or, d'épaisseur initiale 1,2 μm , et de mylar[®], feuille de PET bi-étiré, d'épaisseur 17 μm environ et dont les propriétés mécaniques sont assez bien connues. Par abus de langage, nous parlerons d'or alors qu'il s'agit d'or allié en petites quantités avec de l'argent et du cuivre et formant avec ces éléments une solution solide [3,4].

2. PROCÉDE DE FABRICATION DES FEUILLES FINES ET LIMITES DU LAMINAGE

Procédé de fabrication des feuilles métalliques ultra-fines



a) 1^{ère} étape : fonderie, laminage et recuit

b) 2^{ème} étape : la constitution des piles et les deux battages

Fig. 1 Le procédé de fabrication des feuilles ultra-fines d'or d'après [2,3]
The process for manufacturing gold leaves after [2,3]

Les deux principales étapes du procédé de fabrication des feuilles métalliques très fines sont décrites par la figure 1 :

- L'étape fonderie/laminage/recuit : on coule un lingot de masse 220 g et d'épaisseur 15 mm environ ; après pesée, on réduit l'épaisseur à 17 μm environ par une succession de passes de laminages à froid effectuées sur un laminoir réversible. Les cylindres sont polis miroir et l'opération est lubrifiée. Cette étape, qui se termine par un recuit destiné à restaurer la ductilité de l'or, est rapide et réalisée manuellement.
- Les deux battages : beaucoup plus longue, cette étape comprend, outre les battages proprement dits, des étapes intermédiaires de traitement de surface des feuilles intercalaires et constitution des piles, appelées « chaudret » et « moule » pour le 1^{er} et le 2^e battage. Les battages, les traitements de surface et la constitution des piles sont automatisés. Toutefois, la découpe après le 1^{er} battage est manuelle et, durant le 1^{er} battage, l'opérateur intervient de temps à autre pour inspecter l'état des feuilles d'or, changer la position de la pile par rapport au marteau actionné par une presse et intervertit dans la pile l'ordre de divers paquets. Durant le 1^{er} battage, les piles sont insérées dans une boîte en carton.

On sacrifie les intercalaires du chaudret (papier *afteright* traité au noir de carbone non électrostatique). Mais on ré-utilise la moule. Elle est constituée de feuilles de mylar, de dimensions très supérieures aux dimensions finales des feuilles d'or. Remplaçant les baudruches anciennes, elles sont enduites d'un vernis à base de clous de girofle et de

gomme arabique, *brunies* avec du gypse fer de lance et du savon, et reliées entre elles, formant ainsi un « outil » de choix.

Au final, une opératrice ouvre manuellement la moule, récupère et découpe les feuilles d'or au format commercial (carré de côté 8 cm par exemple) et les insère dans un carnet de feuilles de papier de soie. L'épaisseur n'est pas mesurée, mais estimée par division de la valeur mesurée de la masse surfacique des feuilles par la masse volumique du métal. La composition de l'alliage et l'épaisseur finale varient selon l'utilisation : pour la restauration d'objets anciens, on utilise des feuilles plus épaisses. Divers alliages or-argent-cuivre sont mis sous forme de feuilles très fines : l'or pur ne peut être mis sous forme de feuilles aussi fines. Il s'agit d'un processus de mise en forme « limite » à divers points de vue :

- Il impose au métal un allongement très élevé $\lambda=15/0,0002=75\ 000$!
- Le produit final est très difficile à manipuler : très flexible, mais les risques de le froisser et de le déchirer sont élevés.
- Pour fabriquer 100 g de feuilles fines en or, il faut partir de 400 g environ.

Le procédé actuel comporte deux battages, contre quatre juste après la 2^e guerre mondiale et les phases les plus longues et pénibles, notamment les battages, sont entièrement mécanisées depuis 1980 dans l'entreprise Dauvet S. A. [3]. D'où un gain de temps et une forte diminution des coûts. La réduction du nombre de battages a été obtenue par augmentation de la réduction d'épaisseur par laminage, grâce aux plus grandes dimensions des papiers *afteright*, qui ont remplacé un papier Montgolfier qui n'est plus fabriqué, et la mécanisation des battages. Ils sont réalisés sur des presses mécaniques assurant une fréquence frappe de l'ordre de 4 coups/s environ.

Colline de frottement et épaisseur finale obtenue par laminage

Le problème de l'épaisseur limite est bien connu. Une idée naturelle consiste à repousser la limite en superposant plusieurs feuilles : dans la fabrication des feuilles d'aluminium alimentaire, on passe simultanément deux feuilles dans l'emprise durant la dernière passe de laminage pour atteindre $13\ \mu\text{m}$ [6]. En conséquence, les deux côtés de la feuille ont des aspects différents : brillant et strié (stries de rectification des cylindres) pour la face en contact avec un cylindre, mat pour celle en contact avec l'autre feuille [7].

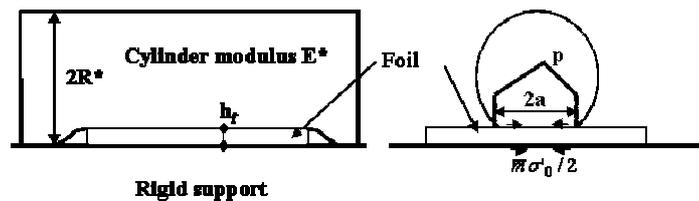


Fig. 2 Epaisseur limite en laminage (courbure et élasticité affectées au cylindre supérieur)
Limiting thickness in rolling (curvature and elasticity reported to top roll)

Rappelons brièvement comment le frottement et la déformation élastique des cylindres limitent la réduction possible par laminage : à partir d'une certaine épaisseur h_f , la feuille passe sans réduction d'épaisseur en aplatissant élastiquement les cylindres. Pour analyser simplement ce problème, on peut remplacer les deux cylindres de rayon R , de module d'Young E_c et de coefficient de Poisson ν_c par un plan rigide et un cylindre, de rayon $R^*=R_c/2$ et de module $E^*=E_c/[2(1-\nu_c^2)]$ (figure 2). La feuille a une contrainte d'écoulement plastique σ_0 . L'analyse élastique d'un contact linéaire [8] donne la demi-largeur de contact a sous la pression moyenne de contact \bar{p} . Par ailleurs, l'analyse par tranches de l'écrasement plastique en déformation plane d'une feuille, de largeur $2a$ et d'épaisseur moyenne h , sous le frottement de Tresca \bar{m} donne \bar{p} [5] :

$$a = \frac{8}{\pi} \frac{\bar{p}}{E^*} R^* \quad \text{et} \quad \bar{p} = \sigma_0' \left(1 + \frac{\bar{m}a}{2h} \right) \quad \text{avec} \quad \sigma_0' = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

La croissance de la pression moyenne avec l'aplatissement de l'emprise $2a/h$ est directement liée au fait que le frottement est moteur à l'entrée de l'emprise (tire la tôle dans l'emprise) et résistant à la sortie (s'oppose à sa sortie) (figure 2) : la cission de frottement change de signe dans l'emprise et l'écriture de l'équilibre mécanique d'une tranche de métal et de son critère de plasticité fournit l'expression précédente. A la réduction limite, la largeur du contact et l'épaisseur de la tôle h_f sont reliées en première approximation par la relation géométrique suivante (cf. figure 2). L'élimination de a et \bar{p} entre ces équations donne l'équation définissant l'épaisseur limite h_f :

$$h_f = \frac{a^2}{2R^*} \Rightarrow h_f = R^* \left(\frac{\sqrt{2 + \pi \bar{m} E^* / \sigma_0'} - \sqrt{2}}{2\bar{m}} \right) \quad (2)$$

En assimilant σ_0 au tiers de la dureté de l'or très écroui [9], on a $\sigma_0 \sim 0,2$ GPa. Pour des cylindres en acier ($E^* = 115$ GPa) de rayon $R^* = 50$ mm, on trouve, selon (2), pour $\bar{m} = 0,05$, $h_f = 8,75 \mu\text{m}$ ($a/h_f \sim 107$), $\bar{m} = 0,1$, $h_f \sim 16 \mu\text{m}$ ($a/h_f \sim 79$) et $\bar{m} = 1$, $h_f \sim 158 \mu\text{m}$ ($a/h_f \sim 25$). L'épaisseur limite augmente donc fortement avec le frottement dans l'opération.

3. ANALYSE MECANIQUE DU BATTAGE

Analyse qualitative

Le battage des feuilles d'or entre des feuilles intercalaires polymères peut être vu comme une technique très ingénieuse pour tourner le problème de l'épaisseur limite du forgeage et du laminage. Dans le cas qui nous occupe, les feuilles individuelles ont un rapport rayon sur épaisseur atteignant 60 mm sur $0,2 \mu\text{m}$, soit $a/h \sim 3 \cdot 10^5$!. Limiter la colline de frottement imposerait de superposer un grand nombre de feuilles et d'éviter qu'elles ne se ressoudent les unes aux autres au cours de la déformation, processus qui se produirait sans doute inévitablement si les feuilles étaient en contact direct les unes avec les autres du fait de la grande déformation imposée et de la grande ductilité de l'or. D'où la constitution de piles alternant feuilles d'or et intercalaires, les intercalaires, plus épais, limitant en outre l'aplatissement final du composite obtenu. Néanmoins, le mode exact de fonctionnement de ce système que l'on déforme de manière incrémentale mérite un examen plus approfondi. En outre se pose le problème de la séparation des feuilles d'or des feuilles intercalaires et de la récupération des intercalaires, problèmes que nous discuterons plus loin. Ce problème serait en partie résolu par le caractère incrémental de l'opération : chaque coup imposerait une petite déformation plastique aux feuilles d'or et ne déformerait qu'élastiquement les intercalaires. L'énergie élastique stockée dans les intercalaires assurerait leur recouvrance entre deux coups sans dégradation des feuilles d'or. L'observation montre en effet que le processus de déformation est, à chaque coup, essentiellement élastique : dans la pratique ancienne du battage au marteau, un ouvrier bien entraîné a, selon l'avis des hommes de l'art, peu d'efforts à fournir à chaque coup.

Nous considérons le cas du battage de la moule, car nous connaissons l'ordre de grandeur des propriétés mécaniques des feuilles intercalaires en mylar. Le battage du chaudret repose certainement sur un mécanisme analogue.

Schématisation de l'état de contrainte et de déformation des feuilles

La pile comporte N feuilles d'or, d'épaisseur h , et $N+1$ feuilles polymères, d'épaisseur H ; on a $N \sim 2000$. Pour comprendre le processus, supposons que le marteau utilisé est plat, circulaire, avec un rayon R , et s'enfonce de δ dans la pile. Considérons la partie de la feuille polymère insérée entre deux feuilles d'or située sous le marteau (figure 3). Nous supposons le système axisymétrique. Les déformations lors d'un coup étant petites, nous les caractérisons par le tenseur des petites déformations classiques [10] :

$$\text{Polymère : } \varepsilon_P = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rP} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\theta P} \sim \varepsilon_{rP} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zP} = -\frac{\delta}{NH} \end{pmatrix} \quad \text{Or : } \varepsilon_O = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rO} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\theta O} \sim \varepsilon_{rO} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zO} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Comme $h \ll H$, la variation d'épaisseur de la feuille d'or lors de sa déformation est négligeable devant celle des feuilles polymères. Sous l'effet du marteau, c'est donc essentiellement le polymère qui s'amincit, de manière uniforme en première approximation, de la valeur donnée dans (3). La feuille mylar a un module d'Young $E \sim 4$ GPa très inférieur à celui de l'or : $E_O \sim 78$ GPa. La déformation élastique de la feuille d'or est donc très faible devant celle du polymère. Nous supposons donc que le polymère ne se déforme qu'élastiquement, et, à l'opposé, nous négligeons la déformation élastique de la feuille d'or.

Chaque matériau est siège de contraintes du type :

$$\text{Polymère : } \sigma_P = \begin{pmatrix} \sigma_{rP} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta P} \sim \sigma_{rP} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \text{Or : } \sigma_O = \begin{pmatrix} \sigma_{rO} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta O} \sim \sigma_{rO} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

Les feuilles d'or et de polymère sont soumises, en vertu de la continuité du vecteur contrainte [10], à la même contrainte σ_z , qui est négative (compression). La déformation plastique de l'or, qui est incompressible, n'est possible que si le critère de plasticité est satisfait. Comme $\sigma_{rO} > \sigma_z$, le critère de plasticité et la loi d'écoulement s'écrivent [10] :

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_0 \Rightarrow \varepsilon_{zO} = -2\varepsilon_{rO} \quad (5)$$

Analyse du 1^{er} stade (or rigide)

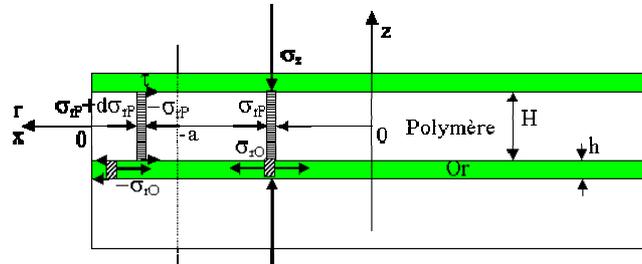


Fig. 3 Schématisation de l'état de contrainte dans deux feuilles de la moule lors du battage
Schematic stress state in two foils of the mould during the beating

Au début du processus, l'or peut être considéré comme rigide $\varepsilon_{zO} = \varepsilon_{rO} = 0$ alors que le polymère se déforme. Sous l'effet de la contraction ε_{zP} , la feuille polymère s'amincit et tend à prendre une extension radiale $\varepsilon_{rP} = -\nu \varepsilon_{zP} > 0$ où ν est le coefficient de Poisson du polymère. Cette extension correspond à un déplacement radial du polymère, déplacement limité par le frottement du polymère sur l'or qui est supposé rigide tant que le critère de plasticité n'est pas atteint (figure 3). Plus précisément, à la périphérie, la différence de déformation radiale entre l'or et le polymère fait que la feuille d'or exerce sur la feuille polymère une cission de frottement τ dirigée vers l'axe, supposée de type Coulomb :

$$\varepsilon_{rP} > \varepsilon_{rO} \Rightarrow \tau = \mu \sigma_z \quad (6)$$

Ceci a deux conséquences. En appelant O_x un axe colinéaire et de même sens que l'axe O_r et d'origine le bord de la feuille d'or (figure 3), l'équilibre d'une tranche de polymère et d'or [10] implique, à partir de la périphérie $x=0$:

$$\varepsilon_{rP} > \varepsilon_{rO} \Rightarrow \frac{d\sigma_{rP}}{dx} = -\frac{2\mu\sigma_z}{H} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma_{rO}}{dx} = \frac{2\mu\sigma_z}{h} < 0 \quad (7)$$

Le frottement introduit donc une contrainte radiale dans le polymère de plus en plus compressive en allant du bord vers le centre : c'est le phénomène de colline de frottement qui réduit sa déformation radiale ε_{rO} , comme nous allons le vérifier. Conjointement, le glissement du polymère sur le bord de la feuille d'or la met en tension isotrope dans son plan, bi-tension qui combinée à la compression σ_z tend, en vertu du critère de plasticité (5), à permettre l'amincissement de la partie centrale de la feuille d'or ; ce stade ne sera atteint qu'à partir d'une certaine valeur de la contraction du polymère ε_{zO} . C'est donc la forte élasticité de la feuille polymère qui permet de tourner le problème de la colline de frottement qui limite la réduction d'épaisseur par laminage. Il faut noter toutefois que le processus se fait par mise en bi-tension de la feuille métallique, ce qui, compte tenu des grandes déformations visées, nécessite que le matériau ait une très grande ductilité pour éviter sa rupture.

Pour préciser complètement le problème, écrivons les relations gouvernant les contraintes et les déformations élastiques du polymère [10] :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rP} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{rP} - \frac{\nu}{E} (2\sigma_{rP} + \sigma_z) = \frac{(1-\nu)}{E} \sigma_{rP} - \frac{\nu}{E} \sigma_z \\ \varepsilon_{zP} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_z - \frac{\nu}{E} (2\sigma_{rP} + \sigma_z) = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{2\nu}{E} \sigma_{rP} \end{cases} \quad (8)$$

Sur le bord ($x=0$), on a la condition de surface libre :

$$\sigma_{rP}(x=0) = 0 \quad \text{Donc (8)} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_z(x=0) = E\varepsilon_{zP} \\ \varepsilon_{rP}(x=0) = -\nu\varepsilon_{zP} \end{cases} \quad (9)$$

En dérivant la deuxième relation (8), en reportant dans l'équation (7) relative au polymère et en intégrant à partir de la condition aux limites (9), on obtient la distribution de contrainte σ_z dans la zone de glissement :

$$d\sigma_{rP} = \frac{d\sigma_z}{2\nu} \Rightarrow \frac{d\sigma_z}{dx} = -\frac{4\nu\mu\sigma_z}{H} \Rightarrow \sigma_z = E\varepsilon_{zP} \exp\left(-\frac{4\nu\mu x}{H}\right) \quad (10)$$

Par combinaison linéaire des deux équations (8), on obtient une relation très utile reliant la déformation radiale aux contraintes et contraction selon Oz dans le polymère :

$$\varepsilon_{rP} = \frac{1}{2\nu} \left[(1+\nu)(1-2\nu) \frac{\sigma_z}{E} - (1-\nu)\varepsilon_{zP} \right] \quad (11)$$

Cette relation montre que ε_{rP} diminue quand σ_z diminue et s'annule, ce qui est sa valeur minimale possible. On en déduit aussitôt la valeur limite de σ_z :

$$\varepsilon_{rP} = 0 \Rightarrow \sigma_{zM} = E\varepsilon_{zP} f(\nu) \quad \text{avec} \quad f(\nu) = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (12)$$

Cette valeur est atteinte d'après (10) pour la valeur de $x=-a_0$ suivante :

$$\sigma_z(-a_0) = \sigma_{zM} \Rightarrow a_0 = \frac{H}{4\nu\mu} \ln[f(\nu)] \quad (13)$$

Cette limite n'existe que si $\nu < 0,5$, c'est-à-dire si le polymère est élastiquement compressible, ce que nous supposons. Cela signifie que pour $x < -a_0$, dans la partie centrale, il n'y a pas de glissement du polymère sur l'or. La largeur de mise en contrainte a_0 est directement proportionnelle à l'épaisseur H ; l'application numérique montre qu'elle est faible.

Le report de σ_z (10) dans l'équation d'équilibre de la feuille d'or (7) donne :

$$\begin{cases} x > -a_0 \Rightarrow \frac{d\sigma_{rO}}{dx} = \frac{2\mu}{h} E\varepsilon_{zP} \exp\left(-\frac{4\nu\mu x}{H}\right) \Rightarrow \sigma_{rO} = -E\varepsilon_{zP} \frac{H}{2\nu h} \left[\exp\left(-\frac{4\nu\mu x}{H}\right) - 1 \right] \\ \sigma_{rO}(x=0) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Le critère de plasticité (5) est atteint en $x=-a_0$ lorsque, compte tenu de (10) et (14) :

$$-E\varepsilon_{zP} \left[\frac{H}{2\nu h} \left(\exp\left(\frac{4\nu\mu a_0}{H}\right) - 1 \right) + \exp\left(\frac{4\nu\mu a_0}{H}\right) \right] = \sigma_0 \quad (15)$$

Processus de déformation de la feuille d'or

Pour des contractions supérieures de la feuille polymère, la feuille d'or s'étend dans la partie centrale, avec la même déformation radiale que la feuille polymère : $\varepsilon_{rP} = \varepsilon_{rO}$. Le processus peut être paramétré par la largeur $a \leq a_0$ de la zone avec glissement relatif entre or et polymère. En $x=-a$, le critère de plasticité est vérifié ; on a donc :

$$a \leq a_0 \quad -E\varepsilon_{zP} \left[\frac{H}{2\nu h} \left(\exp\left(\frac{4\nu\mu a}{H}\right) - 1 \right) + \exp\left(\frac{4\nu\mu a}{H}\right) \right] = \sigma_0 \quad (16)$$

La réduction d'épaisseur de la feuille d'or ε_{zO} vaut, en vertu de (5), (10) et (11) :

$$\varepsilon_{zO} = -2\varepsilon_{rO} = -2\varepsilon_{rP} = \frac{\varepsilon_{zP}}{\nu} \left[(1-\nu) - (1+\nu)(1-2\nu) \exp\left(\frac{4\nu\mu a}{H}\right) \right] \quad (17)$$

Les équations (16) et (17) permettent de suivre le processus : l'état de contrainte de la partie centrale de la feuille d'or évolue d'une bi-traction-compression à une compression normale $-\sigma_0$ pure. Elle se déforme de manière homogène jusqu'à la déformation maximale :

$$\varepsilon_{zOM} = -2\nu \frac{\sigma_0}{E} \quad \text{pour} \quad \varepsilon_{zP} = -\frac{\sigma_0}{E} \quad (18)$$

La périphérie se déforme de la même manière, à condition que le coup permette d'imposer la déformation du polymère précédente, sinon l'amincissement ne se produit pas à la périphérie. Pour des compressions supérieures du polymère, le sens du glissement relatif entre polymère et or s'inverse et la colline de frottement se développe dans la feuille d'or, bloquant toute possibilité de réduire son épaisseur, sauf sur ses bords, ce qui peut atténuer l'hétérogénéité d'épaisseur finale.

L'énergie de déformation élastique du polymère et l'énergie dépensée pour déformer l'or sur une surface d'aire S valent :

$$\begin{cases} W_P = NSH \frac{E}{2} \left(\frac{\sigma_0}{E} \right)^2 = NSH \frac{\sigma_0^2}{2E} \\ W_O = NSh \sigma_0 \left(2\nu \frac{\sigma_0}{E} \right) = NSh 2\nu \frac{\sigma_0^2}{E} \end{cases} \Rightarrow \frac{W_O}{W_P} = 4\nu \frac{h}{H} \quad (19)$$

Le rapport des énergies de déformation des deux constituants est de l'ordre du rapport des épaisseurs et augmente au fur et à mesure de la frappe. Le choc est donc bien essentiellement élastique.

4. CONFRONTATION A LA PRATIQUE

Applications numériques

On considère les ordres de grandeur suivants : polymère : $E=4$ GPa, $\nu=0,35$, $H=17$ μm ; or : $\sigma_0=0,2$ GPa , $h=1$ μm ; frottement $\mu=0,05$. La déformation maximale de l'or en un coup est donc :

$$\varepsilon_{zOM} = -2\nu \frac{\sigma_0}{E} \sim -3,5\% \quad \text{pour} \quad \varepsilon_{zP} = -\frac{\sigma_0}{E} \sim -5\% \quad (20)$$

C'est donc le rapport σ_0/E , contrainte d'écoulement de l'or sur module d'élasticité de l'intercalaire, qui fixe l'ordre de grandeur des déformations de l'or à chaque coup. La déformation correspondant à une diminution d'épaisseur de la feuille d'or de 1,2 à 0,2 μm est [10] : $\ln(6) \sim 1,79$. Le nombre minimal de coups nécessaire serait donc : $1,79/0,035 \sim 51$. On déduit des ordres de grandeur précédents qu'il faudrait environ 3200 coups pour étirer une surface carrée de 120 mm de côté, un ordre de grandeur raisonnable.

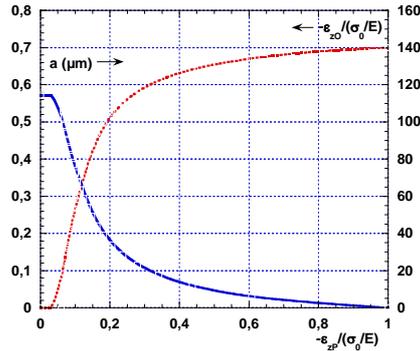


Fig. 4 Evolution avec l'amincissement réduit du polymère $-\varepsilon_{zP}/(\sigma_0/E)$ de la largeur a de la zone de glissement et de l'amincissement réduit de la feuille d'or $-\varepsilon_{zO}/(\sigma_0/E)$ dans la zone centrale
Evolution with the reduced polymer thinning $-\varepsilon_{zP}/(\sigma_0/E)$ of the width a of the sliding zone and the reduced thinning of the gold foil $-\varepsilon_{zO}/(\sigma_0/E)$ in the centre zone

La figure 4 précise en fonction de l'amincissement du polymère $-\varepsilon_{zP}$ l'évolution de la largeur de la zone de glissement a et de l'amincissement de la feuille d'or $-\varepsilon_{zO}$: lorsque la déformation du polymère dépasse la valeur initiant la déformation de l'or dans la zone centrale, la largeur a , qui vaut initialement environ 0,12 mm, décroît brutalement et tend de plus en plus lentement vers 0 alors que la déformation de l'or suit une évolution inverse : croissance très rapide, puis de plus en plus lente.

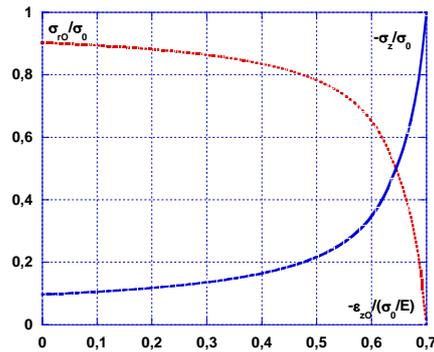


Fig. 5 Etat de contrainte de la feuille d'or lors de son amincissement : Evolution de la contrainte réduite σ_{rO}/σ_0 de bi-traction et de la compression réduite normale $-\sigma_z/\sigma_0$
Stress state in the gold foil during its thinning ; Evolution of the reduced bi-traction σ_{rO}/σ_0 and the reduced compression $-\sigma_z/\sigma_0$

On notera que, au cours du coup, la feuille d'or passe d'un état de contrainte composé principalement d'une traction isotrope dans son plan à, en fin d'écrasement, une

compression normale pure à la feuille d'or (figure 5). La relation (14) montre que cette prédominance de la bi-tension est directement due à la valeur élevée du rapport d'épaisseur H/h : les tensions s'accroissent donc au fur et à mesure que la feuille d'or s'amincit. A noter qu'une opération d'étirage en filière induit une évolution inverse (figure 6) [9] : la feuille est soumise à une compression normale en entrée de filière, et évoluant progressivement vers un état de traction/compression au fur et à mesure que la tranche de métal se dirige vers la sortie de l'emprise.

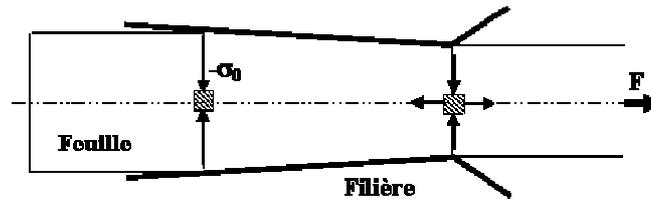


Fig. 6 Evolution de l'état de contrainte dans une feuille métallique lors de son étirage
Evolution of the stress state of a metallic sheet during its drawing

Enfin, l'énergie élastique pour un coup sur une surface d'aire $15 \times 15 \text{ mm}^2$ vaut :

$$W_p \sim 2 \cdot 10^3 \cdot 15^2 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot (200)^2 \cdot (2.4000)^{-1} = 38 \text{ J} \quad (21)$$

C'est bien l'ordre de grandeur de l'énergie disponible avec un marteau de 9 kg pour une hauteur de chute égale à 0,5 m, condition approximative d'un battage manuel traditionnel.

Discussion

L'état de contrainte des feuilles métalliques durant leur déformation étant essentiellement une bi-traction, on comprend que le procédé soit limité à des alliages métalliques de très grande ductilité. Cet état de contrainte explique qu'un examen microscopique des feuilles d'or révèle la présence de trous. Ces trous ne nuisent pas à l'esthétique des feuilles, mais traduisent bien que l'or atteint localement ses limites de déformation, limites qui seraient très certainement plus élevées dans un procédé purement compressif. L'examen des équations montre que les grandeurs les plus significatives sont au nombre de trois :

$$\frac{\sigma_0}{E} \quad \nu \quad \frac{h}{H} \quad (22)$$

Par contre, la valeur exacte du frottement n'a pas l'importance qu'elle revêt en laminage de feuilles minces et l'incertitude attachée à sa valeur exacte ne remet pas en cause nos conclusions.

Un point essentiel reste l'analyse des phénomènes entre deux coups. Chaque coup n'impose qu'une petite déformation plastique supplémentaire aux feuilles d'or et ne déforme qu'élastiquement les intercalaires. mais les intercalaires doivent reprendre entre chaque coup leurs dimensions initiales. L'énergie élastique stockée dans les intercalaires est disponible pour assurer cette recouvrance par pelage des interfaces or/intercalaire à partir de la périphérie. Le taux de restitution de l'énergie G disponible en fin de frappe vaut [11] :

$$G = H \frac{\sigma_0^2}{2E} \sim 85 \text{ J.m}^{-2} \quad (23)$$

Cette valeur est raisonnablement élevée et semble largement suffisante pour assurer la séparation des feuilles de polymère des feuilles d'or. L'allongement limité et local des feuilles d'or ainsi que leur grande flexibilité sont sans doute des facteurs importants qui expliquent que cette séparation s'effectue généralement sans dégradation significative des

feuilles d'or et sans formation de plis. Mais le facteur déterminant est sans doute le traitement de surface des intercalaires qui contrôle certainement le frottement et surtout la valeur critique du taux de restitution de l'énergie G_c du pelage feuille intercalaire/feuille d'or.

Divers points mériteraient des approfondissements. En premier lieu, les marteaux utilisés ont une surface sphérique. L'analyse précédente devrait être modifiée pour en tenir compte. Des observations et caractérisations mécaniques seraient souhaitables : pour les feuilles d'or, mesure par nano-indentation de leur dureté effective ; pour le mylar, mesure du module d'Young et du coefficient de Poisson par traction. En outre, il serait souhaitable d'effectuer divers essais pour préciser la valeur effective du coefficient de frottement μ et de la valeur critique du taux de restitution de l'énergie G_c . La répartition d'épaisseur des feuilles d'or serait également une information intéressante pour la connaissance de ce procédé très original et mal compris.

5. CONCLUSIONS

Le procédé de battage des feuilles métalliques permet « d'esquiver » l'obstacle de la « colline de frottement » qui limite l'amincissement possible par écrasement direct d'un produit plat. L'analyse mécanique de ce procédé très original montre que l'amincissement des feuilles métalliques est assuré par une bi-tension des feuilles induite via le frottement entre feuilles par l'étirement élastique du bord des feuilles polymères. Il ne peut donc être pratiqué que sur des alliages métalliques de très grande ductilité. Malgré ces hypothèses simplificatrices, cette analyse permet d'expliquer la pratique industrielle. Des travaux complémentaires seraient nécessaires pour mieux décrire le procédé.

6. REMERCIEMENTS

Nous remercions l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) pour le financement du projet DORAI [4] dans le cadre duquel cette étude a pu être entreprise. Je tiens à remercier tous nos partenaires du projet DORAI pour nos discussions qui ont permis cette analyse, Evelyne Darque-Ceretti et Claire Pacheco en particulier. Nous tenons aussi à remercier très chaleureusement M. Dauvet pour la visite de son entreprise et pour toutes les informations qu'il nous a transmises si aimablement [2,3].

7. REFERENCES

- [1] Nicholson E. D., « The ancient craft of gold beating », *Gold Bulletin*, 12(4) (1979), 161-166.
- [2] Pacheco C., Darque-Ceretti E., Felder E., "Gold leaf making in ancient sources and in 21st century", en préparation.
- [3] Pacheco, C., Film audio/visuel réalisé chez DAUVET S. A., 74140 Excenevex, avec l'aimable autorisation et collaboration de M. Dauvet, PDG (2008).
- [4] Projet DORAI « (Décor dORé dans les Arts de l'Islam) », Projet ANR multi-laboratoires (2007-2010).
- [5] Felder, E., « Lubrification en mise en forme », Articles BM 7530-7533, *Techniques de l'Ingénieur*, Paris (2007) 60 p.
- [6] Feppon J. M., Chenat B., « Grain size and mechanical properties of aluminium foils used in packaging applications », *Matériaux et Techniques*, N° 5-6 (2002) 59-65.
- [7] <http://www.ac-nantes.fr:8080/peda/disc/scphy/dochtml/olymp98/partie1.htm>
- [8] Johnson K. L., *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, 1985.
- [9] Tabor D., *The hardness of solids*, Oxford, Clarendon Press, 1951.
- [10] Baqué P., Felder E., Hyafil J., d'Escatha Y., *Mise en Forme des Métaux - Calculs en plasticité*, Dunod, Paris, 2 tomes (1974).
- [11] Darque-Ceretti E., Felder E., *Adhésion et adhérence*, Editions du CNRS, Paris, 2003.