HAL
open science

Simulation de la mise en forme d'alliage de titane

Benoît Revil-Baudard, Elisabeth Massoni

To cite this version:

Benoît Revil-Baudard, Elisabeth Massoni. Simulation de la mise en forme d'alliage de titane. CFM'09 - XIXème Congrès Français de mécanique, Aug 2009, Marseille, France. 6 p. hal-00509374

HAL Id: hal-00509374

https://minesparis-psl.hal.science/hal-00509374

Submitted on 26 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation de la mise en forme d'alliage de titane à froid

B. REVIL-BAUDARD[a], **E. MASSONI**[a]

a. *Mines ParisTech, CEMEF - Centre de Mise en Forme des Matériaux, CNRS UMR 7635, BP 207, 1 rue Claude Daunesse, 06904 Sophia Antipolis Cedex, France.*

Résumé :

Il est proposé, dans ce travail, un modèle de comportement mécanique anisotrope des alliages de titane. Le gradient de la transformation permet la réactualisation des axes d'anisotropie afin de suivre la matière. Le comportement élasto-plastique se compose d'un critère de plasticité anisotrope, d'un écrouissage cinématique et isotrope. Le critère de plasticité de Cazacu (CPB06) pour les métaux à structure hexagonale compacte est implémenté dans un logiciel de simulation par éléments finis. La simulation de plusieurs procédés de mise en forme (emboutissage, gonflage) conclut cette étude.

Abstract :

This paper introduces a constitutive elastoplastic model based on anisotropic yield criterion. An evolving anisotropy during simulation is considered. The anisotropy axes are updated with the deformation gradient. An anisotropic yield criterion, an isotropic hardening and a kinematic hardening model the plastic behavior of titanium alloys. Different plastic yield criteria are compared in order to show the accuracy of each plasticity model for the simulation of forming processes, like deep drawing or bulging.

Mots clefs : Plasticité, Anisotropie, Titane, Simulation E.F., Métaux hexagonaux compacts

1 Introduction

L'anisotropie très marquée des tôles d'alliage de titane, provenant de l'opération de laminage à froid, modifie le comportement du matériau au cours de la mise en forme. L'objectif de ce travail est donc la modélisation du comportement anisotrope des alliages de titane au cours de la mise en forme à froid. La surface de plasticité, permettant la modélisation du comportement élastoplastique alliages de titane, modifie grandement la déformée finale de la pièce. Hill propose un critère de plasticité simple et largement utilisé pour modéliser le comportement des aciers [1]. D'autres critères plus complexes et non quadratiques ont été développés pour la modélisation de l'anisotropie des alliages d'aluminium ou autres alliages métalliques [2]. Cazacu et al. [3] [4] ont étendu cette famille de critères pour les matériaux hexagonaux compacts, tel les alliages de titane. Le suivi des axes d'anisotropie au cours de la transformation permet une bonne modélisation des procédés de mise en forme. D'après les conclusions de Duchêne et al. [5], une approche cinématique peut être utilisée pour la mise en place d'un modèle de comportement mécanique macroscopique. Nous présentons dans ce travail, l'implémentation de ce modèle dans un logiciel de simulation par Éléments Finis (E.F.) implicite afin de comparer l'influence du critère d'anisotropie sur les résultats pour les procédés de mise en forme de tôles d'alliage de titane, tel le gonflage ou l'emboutissage.

2 La cinématique du modèle anisotrope

Le suivi de la matière, et donc des axes d'anisotropie au cours de la transformation, permet d'améliorer la modélisation du comportement mécanique des matériaux anisotropes. Les hypothèses suivantes sont émises :

– l'anisotropie initiale est supposée orthotrope du fait de l'opération de laminage précédente. L'orientation initiale de la direction de laminage est définie par un angle γ.

– Le modèle est développé pour la mise en forme de tôles minces : l'axe 3 d'anisotropie reste normal à la tôle.
– Toutes les lois de comportement matériau sont exprimées dans la base matérielle $\{a_i\}, i = 1..3$.

Dans ce papier, les vecteurs sont représentés par $\{.\}$ et les déviateurs par $[.]$. La transposée et l'inverse d'un tenseur sont exprimés respectivement par $[.]^{-1}$ et $[.]^T$, le produit tensoriel par $\otimes$. La notation de Voigt, utile pour transformer un vecteur en tenseur, permet de faciliter l'implémentation du modèle de comportement.

Considérer une anisotropie du matériau au cours de la transformation nécessite la réactualisation des axes d'anisotropie. Deux grandeurs peuvent être représentatives de l'évolution de la matière au cours d'un procédé de mise en forme. Il s'agit du gradient de la transformation [F], ou de la matrice de rotation rigide [R], issue de la décomposition polaire [F] = [R][U], [U] étant le tenseur des déformations pur droit. La comparaison de l'évolution analytique des axes d'anisotropie $\{a_1\}$ et $\{a_2\}$ au cours d'un test de cisaillement simple (fig.1) montre que la solution la plus conforme à la réalité est la réactualisation par le gradient de la transformation [F] (axes f_1 et f_2).

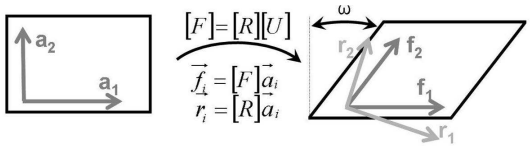

FIG. 1 – Evolution analytique des axes d'anisotropie au cours d'un cisaillement simple : réactualisation par [F] ou par [R].

Les axes d'anisotropie évoluent selon les relations suivantes au cours de la transformation :

$$\{a_i{}^{n+1}\} = \|[F]^n\{a_i{}^n\}\| \quad i = 1,2 \quad (1)$$
$$\{a_3{}^{n+1}\} = \|\{a_1{}^{n+1}\} \wedge \{a_2{}^{n+1}\}\| \quad (2)$$

Avec $[F]^n$ le gradient de la transformation pour l'incrément n. Les axes d'anisotropie situés dans le plan de la tôle ($\{a_1\}$,$\{a_2\}$) suivent la matière et le dernier axe $\{a_3\}$ est normal aux deux autres, donc au plan de la tôle.

La validité de ce modèle en grandes déformations impose l'objectivité des contraintes au cours de la transformation. Les équations d'équilibre sont résolues dans le repère de référence ($\{e_i\}, i = x, y, z$). Pour garder l'objectivité du modèle, les contraintes doivent être calculées au plus proche de la matière dans la base matérielle $\{a_i\}, i = 1..3$. En choisissant une réactualisation des axes d'anisotropie par [F], le repère matériel n'est plus orthogonal. Notre choix d'exprimer les contraintes dans un repère non orthonormal découle des travaux récents en structures composites [6], ou d'autres plus anciens sur le formage des structures fines en grandes transformations [7].

Un transport entre la base de référence orthonormale ($\{e_i\}, i = x, y, z$) et la base matérielle ($\{a_i\}, i = 1..3$), supposée covariante dans un espace vectoriel euclidien, est défini par la matrice ([T].[M]) (fig.2). La variance des grandeurs tensorielles est importante, le déviateur des contraintes $[S]$ est contravariant et le déviateur des déformations $[\epsilon_d]$ est covariant. Le transport de ces grandeurs entre les deux bases du modèle s'opère en deux étapes : le 'pull forward' (de la base de référence à la base matérielle) et le 'pull back' (de la base matérielle à la base référence) qui diffèrent selon la variance des tenseurs.

La matrice de changement de base ([T].[M]) est définie en deux temps (fig.2). Dans un premier temps, on transporte la grandeur de la base de référence ($\{e_i\}, i = x, y, z$) à une base intermédiaire orthogonale ($\{a_{1(int)}\}$,$\{a_{2(int)}\}$,$\{a_3\}$) grâce à deux rotations, la première d'un angle φ autour de $\{e_x\}$ et la seconde d'un angle ψ autour de $\{a_{2(int)}\}$, ce qui nous donne la matrice de changement de base [M] définie par l'équation (3). Pour faciliter l'implémentation du modèle, cette matrice de changement de base est calculée de manière incrémentale : $[M]^{n+1} = [M_{int}].[M]^n$.

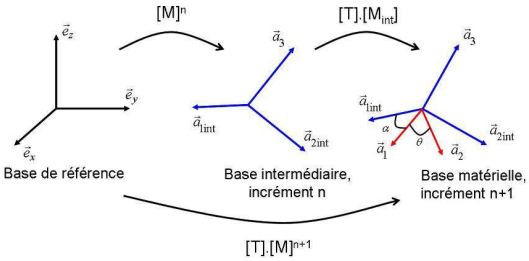

FIG. 2 – Transport des grandeurs tensorielles entre la base globale ($\{e_i\}, i = x, y, z$) et la base matérielle ($\{a_i\}, i = 1..3$).

Les angles de rotation φ et ψ se calculent en résolvant le système suivant, la méthode incrémentale permettant l'utilisation de développements limités :

$$[M_{int}]_{((a_{1int},a_{2int},a_3)^n \rightarrow (a_{1int},a_{2int},a_3)^{n+1})} = \begin{bmatrix} 1-\frac{\psi^2}{2} & \psi\varphi & \psi(1-\frac{\varphi^2}{2}) \\ 0 & \frac{\varphi^2}{2} & -\varphi \\ -\psi & \varphi(\frac{\psi^2}{2}) & (\frac{\varphi^2}{2}) \end{bmatrix}, \quad a_3^{n+1} = [M_{int}]a_3^n \tag{3}$$

Dans un second temps, la grandeur est transportée dans la base matérielle ($\{a_i\}, i = 1..3$) (fig.2). La matrice de changement de base correspondante [T] est donc de la forme :

$$[T]_{(a_{1int},a_{2int},a_3)\rightarrow(a_1,a_1,a_3)} = \begin{bmatrix} cos\alpha & cos(\alpha+\theta) & 0 \\ sin\alpha & sin(\alpha+\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

3 Le comportement mécanique du modèle

Notre modèle élastoplastique nécessite la définition de plusieurs lois de comportement :

- un comportement élastique isotrope défini par la loi de Hooke : $\epsilon_{d_{ij}} = \frac{1+\nu}{E} S_{ij}$, où E est le module de Young, ν le coefficient de Poisson. La matrice $[C]$, de taille [6x6], est donc diagonale et issue de la loi de Hooke telle que :$\{\epsilon_d\} = [C]\{S\}$.
- Une loi d'écrouissage cinématique pour définir le déviateur cinématique $\{X\}$. La combinaison d'un écrouissage cinématique linéaire avec une partie non linéaire permet une bonne représentation pour les petites et grandes déformations. La loi d'Amstrong et Friedrick est choisie [8] : $\{\dot{X}\} = D\{\dot{\epsilon_d}^p\} - \xi\{X\}\ |\dot{\bar{\epsilon}}_d^p|$, avec $\{\dot{\epsilon_d}^p\}$ le déviateur des taux de déformation et $\dot{\bar{\epsilon}}_d^p$ le taux de déformation plastique équivalent. Cette loi associe un écrouissage cinématique linéaire, contrôlé par le paramètre matériau D et un terme modélisant la recristallisation dynamique via le paramètre par ξ.
- Une surface convexe pour définir la surface de plasticité initiale : $\Phi(S - X)$.
- Une loi d'écrouissage isotrope dérivable pour définir la contrainte d'écoulement σ_y.

Le comportement mécanique est donc défini par le critère de plasticité Φ_p :

$$\Phi_p = \Phi(S - X) - \sigma_y, \quad \Phi_p \leq 0 \tag{5}$$

Selon la valeur de Φ_p, le comportement du matériau est soit élastique ($\Phi_p < 0$), soit élastoplastique ($\Phi_p = 0$). Ce papier se focalise sur le comportement plastique, et plus particulièrement sur l'influence du critère de plasticité. Deux critères ont été implémentés dans Forge® [9] : le critère de Hill 1948 [1] et le critère de CPB06 pour les métaux hexagonaux compacts [3]. Le critère CPB06 et son implémentation seront détaillés dans la suite de ce papier.

3.1 Le critère de plasticité CPB06

Cazacu et al. [3] ont développé un critère de plasticité pour les matériaux hexagonaux compacts, tels les alliages de titane ou de zirconium. Les comportements plastiques en traction et en compression ne sont plus symétriques. Ce critère est non quadratique et indépendant de la pression hydrostatique. Il s'exprime de la manière suivante :

$$\Phi(\tilde{S}) = \frac{1}{Q}\left((|\tilde{S}_1| - k\tilde{S}_1)^a + (|\tilde{S}_2| - k\tilde{S}_2)^a + (|\tilde{S}_3| - k\tilde{S}_3)^a\right)^{1/a} \tag{6}$$

où $\tilde{S}_i$ représente les valeurs principales du tenseur $\tilde{S}$. Le paramètre matériau *a* est un entier positif et *k* un paramètre matériau réel. Ces deux paramètres expriment le rapport entre les contraintes d'écoulement en traction et en compression (fig.4). Pour obtenir une surface convexe, et donc définir un critère de plasticité, les paramètres *k* et *a* doivent respecter les conditions suivantes :

$a \geq 1$ et $-1 \leq k \leq 1$. Le tenseur $\tilde{S}$ est calculé à partir de :

$$\begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} \\ \tilde{S}_{22} \\ \tilde{S}_{33} \\ \tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{23} \\ \tilde{S}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & & & \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} & & & \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} & & & \\ & & & L_{44} & & \\ & & & & L_{55} & \\ & & & & & L_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} - X_{11} \\ S_{22} - X_{22} \\ S_{33} - X_{33} \\ S_{12} - X_{12} \\ S_{23} - X_{23} \\ S_{13} - X_{13} \end{bmatrix} \tag{7}$$

S_{ij} sont les composantes du déviateur des contraintes [S] et L_{ij} sont 9 paramètres caractérisant l'anisotropie de l'alliage. Le tenseur $\tilde{S}$, exprimé à partir du déviateur des contraintes, n'est pas obligatoirement déviatorique. Pour normaliser le critère de plasticité par rapport à la direction de laminage, une constante Q doit être définie :

$$Q^a = \sum_{i=1}^{3} (|W_i| - kW_i)^a, \; W_i = \frac{2}{3}L_{i1} - \frac{1}{3}L_{i2} - \frac{1}{3}L_{i3}, \; i = 1..3 \tag{8}$$

La procédure d'identification des 10 paramètres du matériau, *a* étant fixé à 2, nécessite la réalisation de 10 tests expérimentaux : 2 tests de compression à 0° et 90° par rapport à la direction de laminage, 2 tests de traction à 0° et 90°, 1 traction équibiaxiale, 1 compression équibiaxiale et 3 tests de cisaillement pur.
L'identification de ce critère a été réalisée par Cazacu et al. pour un alliage de titane ($4A1-1/4O_2$ 1%) [3]. Ces mêmes paramètres matériau seront utilisés dans la suite du papier. Le tracé de la surface de plasticité (fig.3) montre bien la convexité et la non symétrie entre traction et compression de ce critère de plasticité anisotrope. L'évolution de la surface de plasticité (fig.4) dans le plan des contraintes principales S_1 et S_2 montre bien la spécificité de ce critère de plasticité. La non symétrie entre le comportement en traction et en compression, et le caractère non quadratique permettent la modélisation d'un comportement plastique plus proche de la réalité qu'avec l'utilisation du critère de Hill.

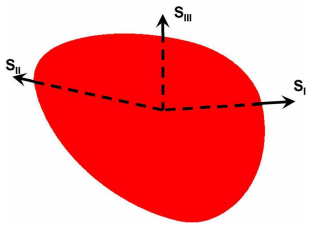

FIG. 3 – Surface de plasticité pour l'alliage de titane $4A1 - 1/4O_2$ (1%), tracée dans le repère des contraintes principales.

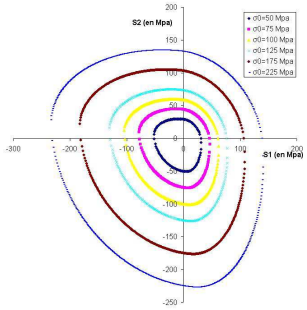

FIG. 4 – Évolution de la surface de plasticité pour différentes valeurs de contraintes d'écoulement dans le plan des contraintes principales (S_1 et S_2).

3.2 Implémentation du critère CPB06

Cette loi de comportement a été implémentée dans le logiciel E.F. Forge®. L'implémentation d'un comportement mécanique dans un code implicite nécessite le calcul de l'incrément de contrainte et du module tangent. Toutes les grandeurs sont exprimées dans la base matérielle, comme le souligne l'indice 'mat'. Les matrices de changement de base, explicitées dans la section 2, permettent le transport entre la base de référence et la base matérielle. Les indices 'n' et 'n+1' indiquent le début et la fin de l'incrément.
Au début de l'incrément, le déviateur des taux de déformation $\{\dot{\epsilon}_d\}^{n+1}$ et le déviateur des contraintes à l'incrément précédent $\{S\}^n$ sont disponibles. Les axes d'anisotropie sont réactualisés par le gradient de la transformation. L'étape de prédiction élastique suppose que les déformations au cours de l'incrément sont uniquement élastiques. L'incrément de contrainte $\{\dot{S}_{elas}^{n+1}\}$ est donc calculé :

$$\{\dot{S}_{elas}^{n+1}\} = [C]^{-1} \, \{\dot{\epsilon_d}^{n+1}\} \tag{9}$$

Le critère de plasticité Φ_p est réactualisé. Si $\Phi_p \leq 0$, le comportement est élastique et l'incrément de contrainte déduit du prédicteur élastique ($\{\dot{S}^{n+1}\} = \{\dot{S}^{n+1}_{elas}\}$). Sinon, la transformation est élastoplastique et guidée par la décomposition suivante, avec $\dot{\lambda}^p$ le multiplicateur plastique et $\{\dot{\epsilon}^e_d\}$ et $\{\dot{\epsilon}^p_d\}$, respectivement les déviateurs des taux de déformations élastiques et plastiques :

$$\{\dot{\epsilon}_d\} = \{\dot{\epsilon}^e_d\} + \{\dot{\epsilon}^p_d\} \Rightarrow \{\dot{\epsilon}_{dmat}\}^{n+1} = [C]^{-1}\{\dot{S}_{mat}\}^{n+1} + \dot{\lambda}^p \frac{\partial \Phi}{\partial \{S_{mat}\}^{n+1}} \tag{10}$$

L'utilisation d'un développement limité pour le système (10) permet de corriger l'incrément de contrainte ΔS et le multiplicateur plastique $\Delta\lambda$. La notation 'ΔA' représente la valeur '$\dot{A}.dt$'.

$$d\Delta\lambda = \frac{\Phi_p + \frac{\partial \Phi}{\partial S}[P]^{-1}(\{\Delta\epsilon_d\} - [C]\Delta S - \Delta\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial S})}{\frac{\partial \Phi}{\partial S}[P]^{-1}\frac{\partial \Phi}{\partial S} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \Delta\lambda}} \tag{11}$$

$$d\Delta S = [P]^{-1}(\{\Delta\epsilon_d\} - [C]\Delta S - (\Delta\lambda + d\Delta\lambda)\frac{\partial \Phi}{\partial S}) \tag{12}$$

$$[P] = ([I] + \Delta\lambda[C]\frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2})^{-1}[C] \tag{13}$$

Où [I] représente la matrice identité de taille [6x6]. Les dérivées première et seconde du critère de plasticité doivent être calculées pour ΔS^{n+1}. Les corrections successives sur ΔS et $\Delta\lambda$, associées à un algorithme de recherche linéaire, permettent d'atteindre la convergence [9]. La convergence de l'algorithme permettant le calcul de l'incrément de contrainte se base sur la valeur de Φ_p. Un critère de convergence raisonnable est $\Phi_p = 1.10^{-2}$.

Le solveur de Forge® est implicite, ce qui implique le calcul du module tangent $\frac{\partial \Delta S}{\partial \Delta\epsilon_d}$. Le module tangent $[B_{mat}]$ est obtenu en résolvant l'équation différentielle obtenue en dérivant le critère de plasticité Φ_p, puis en la combinant avec l'équation (10) :

$$[B_{mat}] = [P] - \frac{[P]\frac{\partial \Phi}{\partial S} \otimes \frac{\partial \Phi}{\partial S}[P]}{\frac{\partial \Phi}{\partial S}[P]\frac{\partial \Phi}{\partial S} - (\frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}_d} + \frac{1}{\Delta t}\frac{\partial \sigma_y}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}_d})} \tag{14}$$

Le module tangent est exprimé dans le repère matériel et doit donc être transporté dans le repère de référence ($\{e_i\}, i = x, y, z$).

4 Simulation de procédés de mise en forme

Le modèle élastoplastique anisotrope, décrit dans ce papier, a été testé sur des simulations de gonflage elliptique. Les résultats obtenus avec le critère de Hill 1948 (fig.5) ont été comparés avec ceux simulés avec le critère CPB06 (fig.6). On remarque l'apparition d'une forte localisation des déformations au sommet de l'ellipse pour le critère CPB06. La compression cylindrique, simulée avec un modèle de plasticité CPB06, se déforme de manière 'carrée' (fig.7), contrairement à la déformée elliptique résultant d'une modélisation de Hill. La simulation de l'emboutissage d'un godet cylindrique permet de mettre en évidence l'apparition de cornes d'emboutissage (fig.8).

5 Conclusion

Un nouveau modèle permettant la modélisation et la simulation du comportement anisotrope des tôles a été développé et implémenté dans un logiciel E.F. Les axes d'anisotropie évoluent pour suivre au mieux la matière au cours des procédés de mise en forme de tôles minces. Le modèle mécanique est défini par un critère de plasticité, une loi d'écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique. Les premières simulations de gonflage elliptique et d'emboutissage d'un godet cylindrique ont été réalisées. Les simulations de mise en forme, réalisées avec le critère de Cazacu, ont été comparées avec celles modélisées par le critère de Hill. Ces deux critères seront caractérisés pour le même alliage de titane afin de comparer la performance de ces deux modélisations en termes de précision, par rapport aux données expérimentales et difficultés lors de l'identification des paramètres nécessaires.

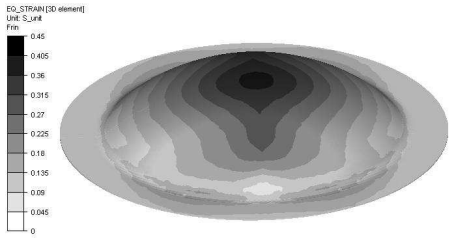

FIG. 5 – Déformation plastique équivalente pour le gonflage elliptique : Modélisation par un critère de Hill 1948.

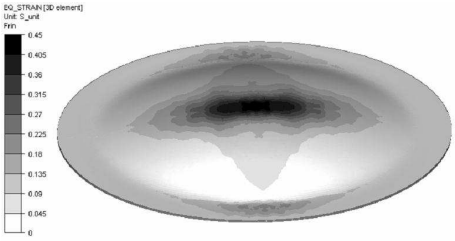

FIG. 6 – Déformation plastique équivalente pour le gonflage elliptique : Modélisation par un critère de CPB06.

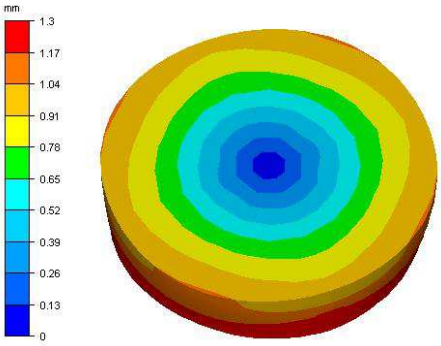

FIG. 7 – Déplacement équivalent lors d'un compression cylindrique : Modélisation par un critère CPB06.

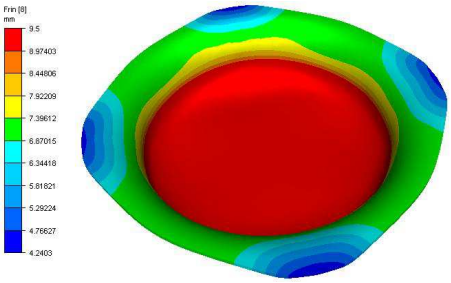

FIG. 8 – Déplacement équivalent lors de l'emboutissage d'un godet : Modélisation par un critère CPB06.

6 Remerciements

Ce travail est réalisé dans le cadre du projet OPTIMIST, financé par la Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace.

Références

[1] R. Hill. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals. *J. Mech. Phys. Solids*, 38 : 405–417, 1990.

[2] F. Barlat, J. W. Yoon, and O. Cazacu. On the linear transformations of stress tensors for the description of plastic anisotropy. *Int. J. of Plasticity*, 23 :876–896, 2007.

[3] O. Cazacu, B. Plunkett, and F. Barlat. Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals. *Int. J. of Plasticity*, 22 :1171–1194, 2006.

[4] B. Plunkett, O. Cazacu, , and F. Barlat. Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals. *Int. J. of Plasticity*, 24 :847–866, 2008.

[5] L. Duchêne, T. Lelotte, P. Flores, S. Bouvier, and A. M. Habraken. Rotation of axes for anisotropic metal in fem simulations. *Int. J. of Plasticity*, 24 :397–4427, 2008.

[6] X.Q. Peng and J. Cao. A continuum mechanics based non orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 36 :859–874, 2005.

[7] K. Mattiasson. On the co-rotational finite element formulation for large deformation problems. *PHD Thesis Chalmers University of Technology*, 1983.

[8] J. L. Chaboche. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. of Plasticity*, 24 :1642–1693, 2008.

[9] R. Knockaert. Numerical and experimental study of the strain localization during sheet forming operations. *PHD Thesis ENSMP*, 2001.